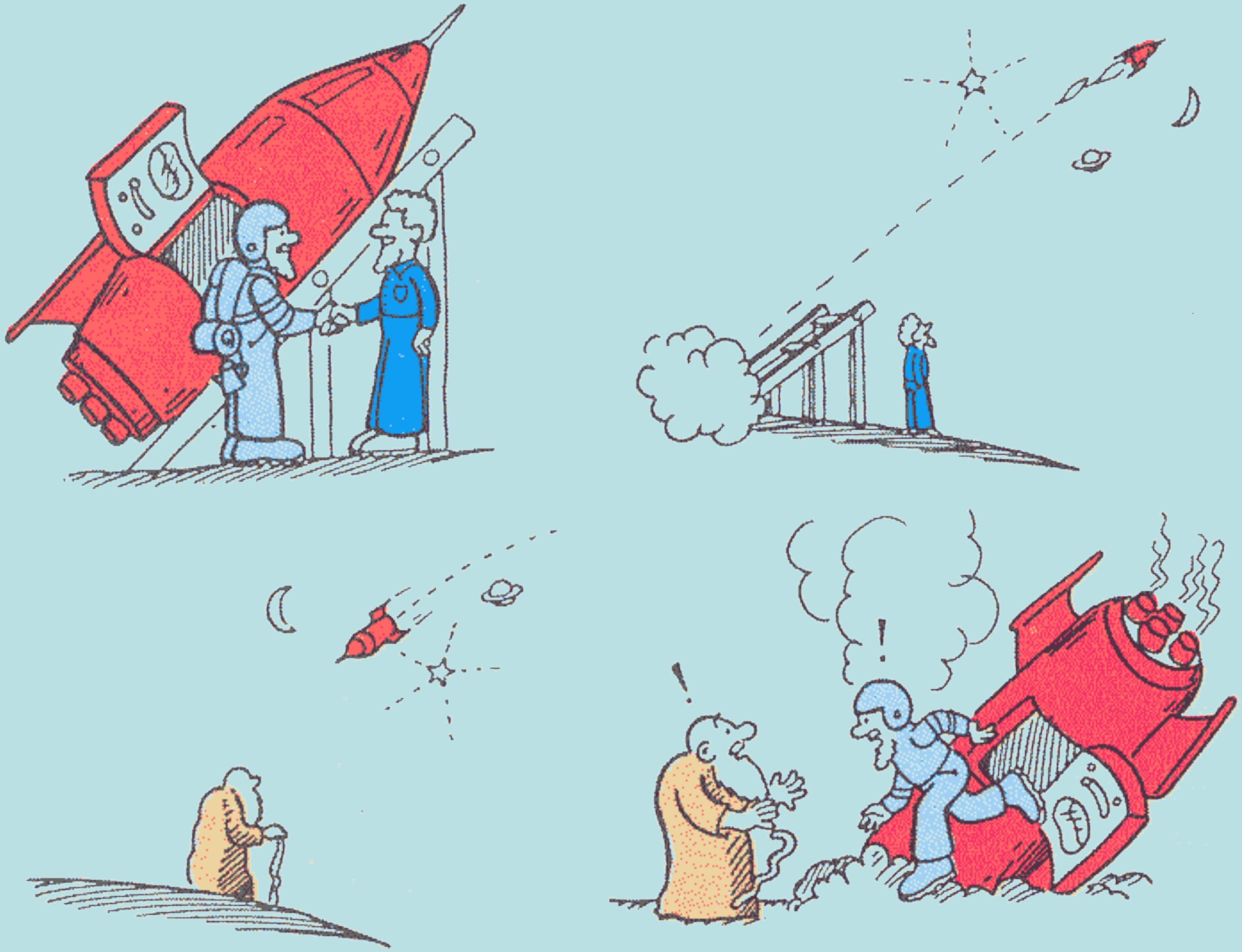
Le paradoxe des jumeaux

Jean-Marc Lévy-Leblond
Université de Nice-Sophia Antipolis

Avertissement : à cette version PDF des diapositives d'une conférence donnée au Festival d'astronomie de Fleurance (août 2011) manquent les animations et surtout l'exposé verbal sans lequel les images sont bien insuffisantes.

Le paradoxe



I. Brève histoire du paradoxe*

*(d’après Elie During)

Les horloges d'Einstein

Albert Einstein
« Sur l'électrodynamique des corps en mouvement »
Ann. der Physik. , vol. XVII, 1905, pp. 891-921

« …si deux horloges synchrones se trouvent en un même point A et que l'on déplace l'une d'entre elles à vitesse constante le long d'une courbe fermée jusqu'à ce qu'elle soit revenue en A, (…) cette horloge, à son arrivée en A, retarde sur l'horloge qui n'a pas bougé. »

Les microbes d'Einstein

Albert Einstein, « Die Relativitätstheorie » »,
Naturforschende Gesellschaft, n°56, 1911, pp 1–14.

« Si l'on plaçait un organisme vivant dans une boîte, (…) on pourrait faire en sorte qu'après un long voyage, il revienne à son point de départ à peine modifié, alors que des organismes correspondants, restés sur place, auraient depuis longtemps été remplacés par des générations ultérieures. Pour les organismes mobiles, le long voyage n'aurait duré qu'un instant pourvu que le déplacement ait été effectué à une vitesse proche de celle de la lumière. »

Le voyageur de Langevin

Paul Langevin
« L'évolution de l'espace et du temps »
Scientia, n°10, 1911, pp. 31-54

Cette remarque fournit le moyen, à celui d'entre nous qui voudrait y consacrer deux années de sa vie, de savoir ce que sera la Terre dans deux cents ans, d'explorer l'avenir de la Terre en faisant dans la vie de celle-ci un saut en avant qui pour elle durera deux siècles et pour lui durera deux ans, mais ceci sans espoir de retour, sans possibilité de venir nous informer du résultat de son voyage puisque toute tentative du même genre ne pourrait que le transporter de plus en plus avant.

Il suffirait pour cela que notre voyageur consente à s'enfermer dans un projectile que la Terre lancerait avec une vitesse suffisamment voisine de celle de la lumière, quoique inférieure, ce qui est physiquement possible, en s'arrangeant pour qu'une rencontre, avec une étoile par exemple, se produise au bout d'une année de la vie du voyageur et le renvoie vers la Terre avec la même vitesse. Revenu à la Terre ayant vieilli de deux ans, il sortira de son arche et trouvera notre globe vieilli de deux cents ans si sa vitesse est restée dans l'intervalle inférieure d'un vingt-millième seulement à la vitesse de la lumière. Les faits expérimentaux les plus sûrement établis de la physique nous permettent d'affirmer qu'il en serait bien ainsi.

Les “contemporains” de von Laue

Max Von Laue, « Das Relativitätsprinzip »,
Jahrbucher der Philosophie 1
(1913, pp. 99-128)

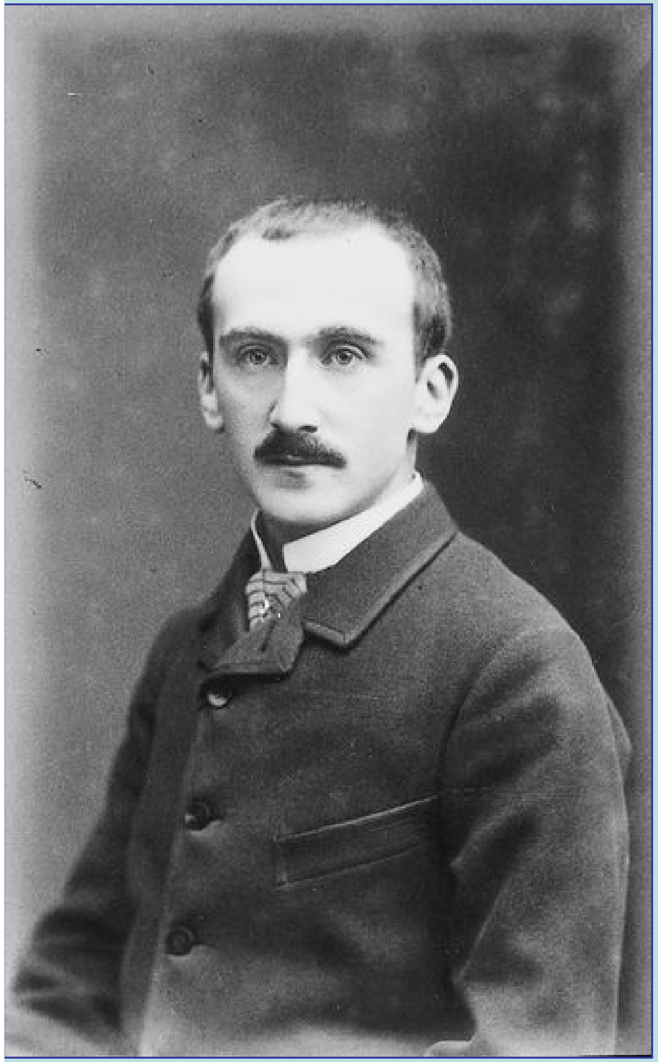
« Considérons deux horloges, etc. […].
Une forme de vie retournera à son point de départ plus jeune que sa contemporaine initiale. »

Les jumeaux de Weyl

Hermann Weyl, *Raum, Zeit, Materie*, 1918.

« La vie d'un homme peut très bien être comparée à une horloge. Soient deux jumeaux qui se séparent, l'un restant au pays (c'est à dire ne bougeant pas dans son système de référence), l'autre entreprenant des voyages avec une vitesse (relative à sa patrie) voisine de celle de la lumière. Lorsque ce dernier revient au pays, il est appréciablement plus jeune que son frère sédentaire. »

La « boulette » de Bergson



Henri Bergson, *Durée et simultanéité*, 1921

« …si l'on examine attentivement les formules de Lorentz, (…) on voit que les deux années de Paul ne sont que des années attribuées à Paul par le physicien Pierre. Le Paul qui vit dans un temps plus lent que celui de Pierre est donc un être "fantasmatique". »

Einstein, Lettre à Solovine, 1923

« Bergson, dans son livre sur la théorie de la relativité, a fait des boulettes monstres ; Dieu les lui pardonnera. »

Les errements de Dingle

…et de nombreux autres

Herbert Dingle, *Science at the Crossroads*, 1972

« Dans un article publié par *Nature*, j'avais affirmé que les jumeaux doivent nécessairement garder le même âge, comme conséquence essentielle de la théorie de la relativité que je croyais alors correcte.
(…) J'ai plus tard avancé une preuve que la théorie de la relativité d'Einstein est erronée; cet argument a été ignoré, contourné, censuré et traité de toutes les façons par le monde scientifique, sauf en y répondant. »

II. Théorie élémentaire

Rappel : les relativités

« Le mouvement est comme rien » (Galilée)

uniforme

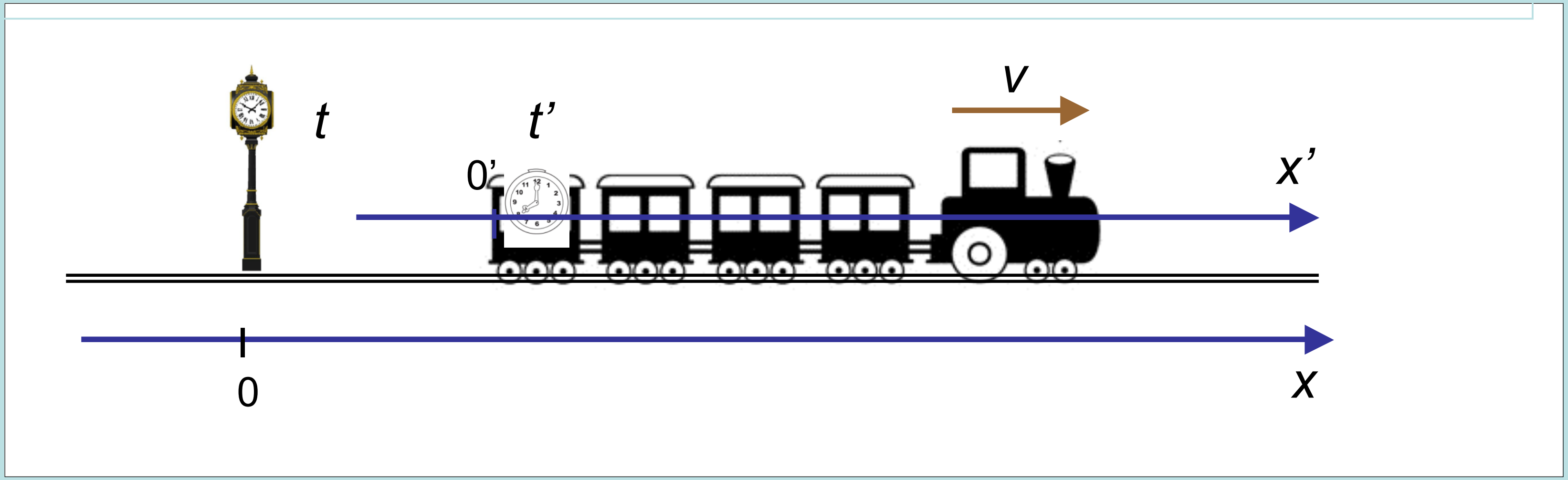
Les lois de la physique sont les mêmes dans deux référentiels en mouvement relatif uniforme

Principe de relativité

…encore faut-il savoir comment on passe d'un référentiel à l'autre

Théories de la relativité

De Galilée à Einstein



transformation de Galilée

$$x' = x - vt$$
$$t' = t$$

transformation de Lorentz

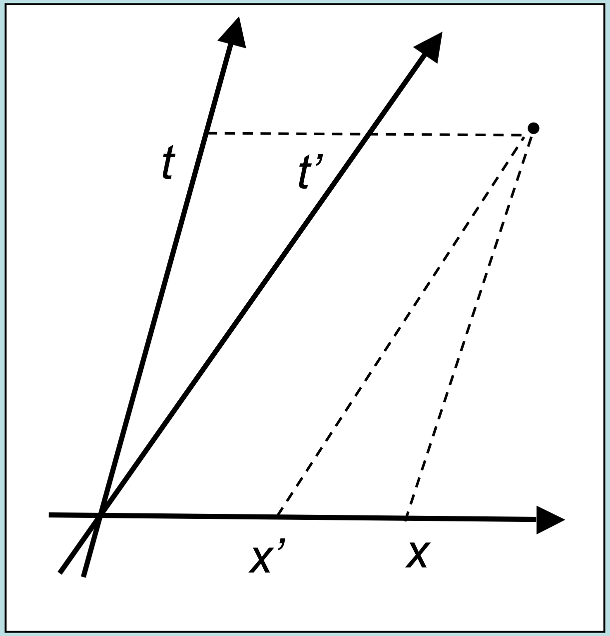
$$x' = \gamma\,(x - vt)$$
$$t' = \gamma\,(t - vx/c^2)$$

$v \ll c$

c, vitesse-limite universelle

$$\gamma = 1/\sqrt{(1 - v^2/c^2)}$$
$$\gamma > 1$$

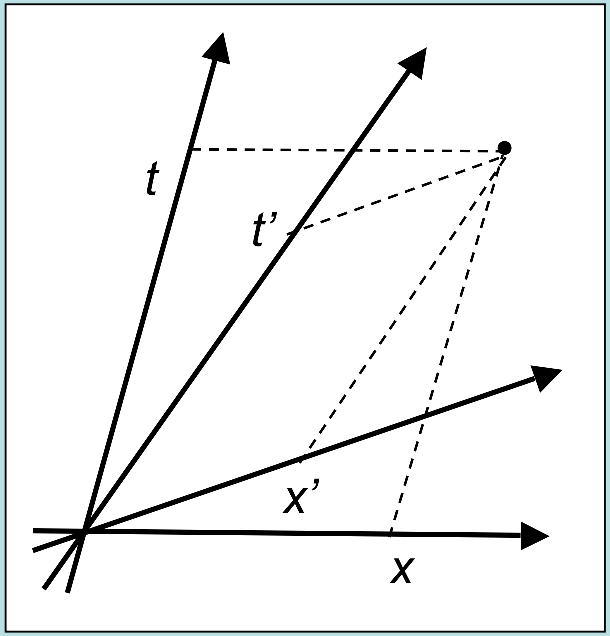
De Galilée à Einstein



transf. de Galilée

$x' = x - vt$

$t' = t$

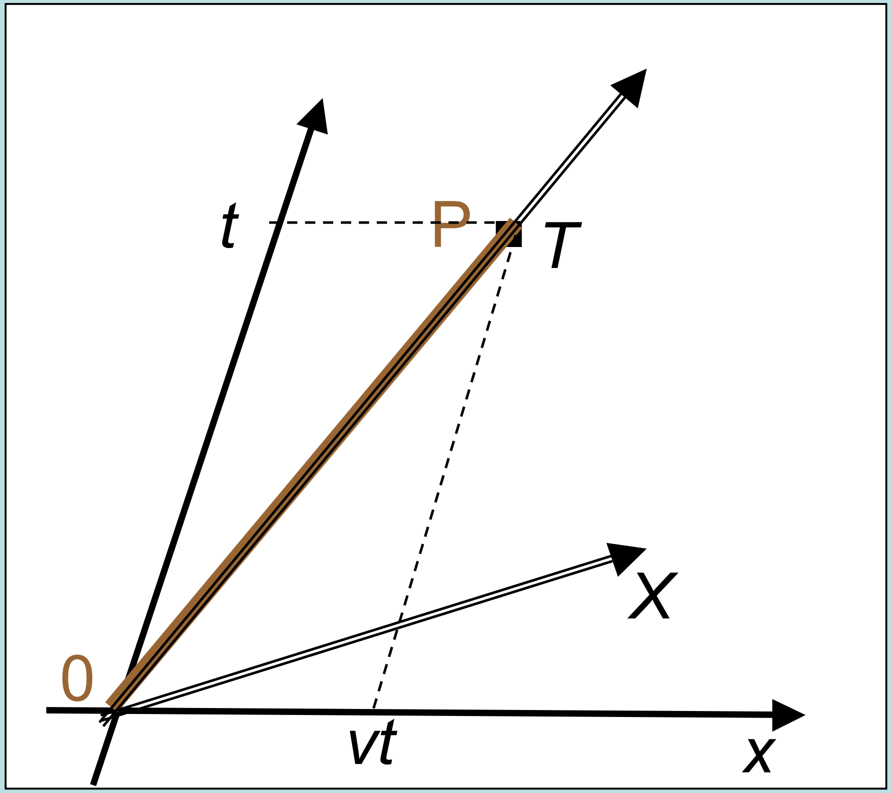


transf. de Lorentz

$x' = \gamma\,(x - vt)$

$t' = \gamma\,(t - vx/c^2)$

La “dilatation des temps”

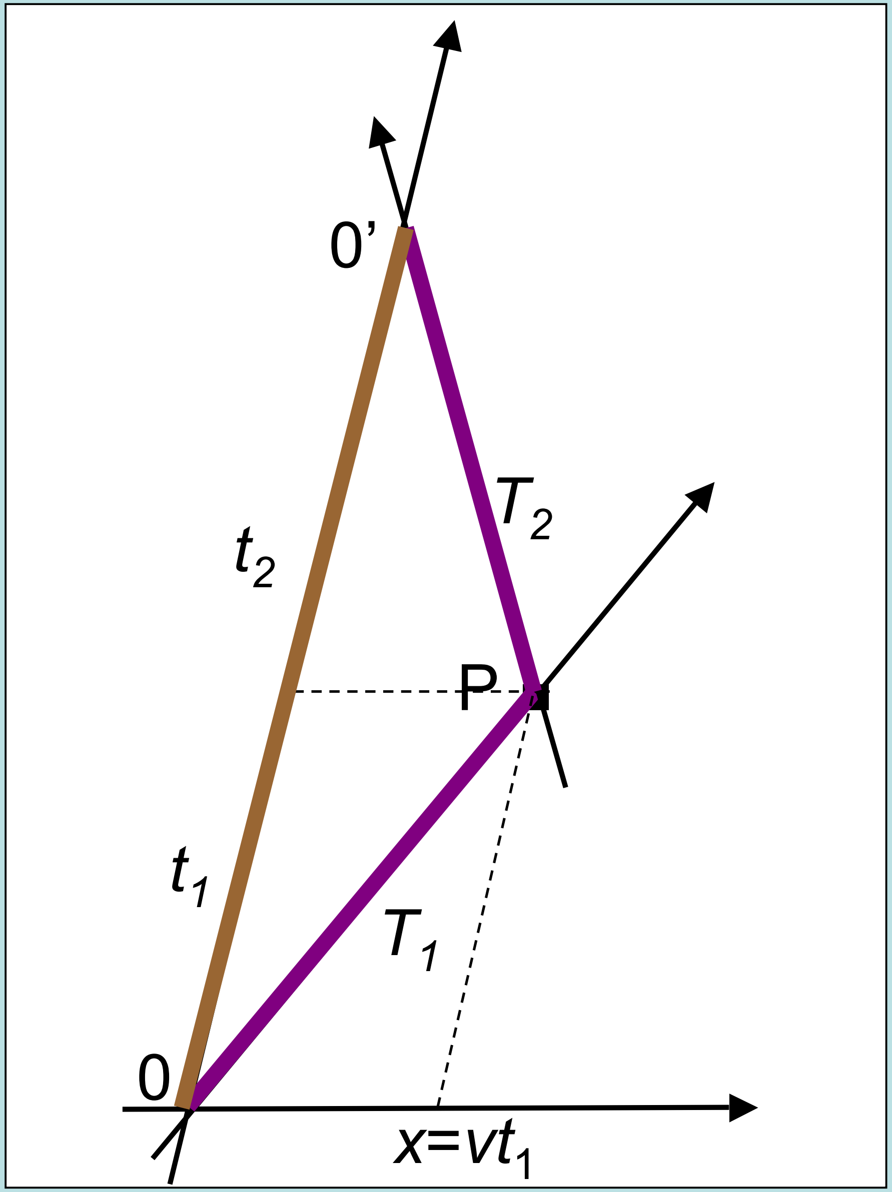


$x = \gamma\,(X + vT)$
$t = \gamma\,(T + vX/c^2)$

si $X = 0$,
alors $t = \gamma\,T$
$= T/\sqrt{(1-v^2/c^2)}$
soit
$t > T$

La durée d’un phénomène est plus courte lorsqu’elle est mesurée en **temps propre** (au même endroit).

Les jumeaux



Serge (sédentaire) reste à terre, pendant que sa jumelle Violette (voyageuse) part vers Alpha Centauri à vitesse constante, puis revient à la même vitesse.

Pour Serge, la durée du voyage est

$$t = t_1+t_2,$$

alors que pour Violette, elle vaut

$$T = T_1+T_2.$$

Mais $t_1= \gamma\, T_1$ et $t_2 = \gamma T_2$.

Donc

$$t = \gamma\, T > T.$$

Lors de leurs retrouvailles, Serge est plus vieux que Violette !

III. Objections et échappatoires

Objection 1: la (fausse) réciprocité

— Mais vous dîtes vous-même fonder la théorie de la relativité sur l'équivalence des référentiels. Alors, en se plaçant du point de vue de Violette, immobile dans sa fusée, c'est Serge qui part et revient. On devrait donc conclure que Serge a moins vieilli que Violette.

Contradiction logique ?

— La relativité affirme l'équivalence des référentiels en mouvement relatif uniforme (à vitesse constante). Or la fusée de Violette n'a pas un mouvement uniforme puisqu'elle rebrousse chemin, ce qui a des effets physiques perceptibles (comme l'accélération au moment du demi-tour). Le référentiel de Violette n'est *pas* équivalent à celui de Serge.

Objection 2 : un effet de perspective ?

« …si l'on examine attentivement les formules de Lorentz, (…) on voit que les années de [Violette] ne sont que des années attribuées à [Violette] par [Serge]. [La Violette] qui vit dans un temps plus lent que celui de [Serge] est donc un être "fantasmatique".; c'est la vision que [Serge] se donne de [Violette] quand il se conforme à ces règles de perspective que sont les formules de Lorentz. (…) [Serge] et [Violette] sont comparables à deux personnages de taille normale qui se voient réciproquement diminués par la distance. Chacun des deux se dégrade en nain dans la représentation de l'autre. Personne n'en conclura que l'un ou l'autre soit effectivement devenu nain ; le nain est "fantasmatique" ; c'est l'homme de dimension normale qui est réel. » (Bergson)

— Mais non ! Les deux années de Violette sont bien celles qu'elle mesure elle-même, avec ses horloges, dans sa fusée.
Et les formules de Lorentz ne sont pas des "règles de perspective", mais rendent compte d'effets de **parallaxe** (spatio-temporels).

Perspective ou parallaxe (dans l'espace ordinaire)

Echappatoire 1 : relativité générale ?

— Mais la relativité restreinte ne s'applique qu'à des mouvements uniformes. Si celui de Violette est accéléré, vous ne pouvez plus employer cette théorie et vous êtes obligé de recourir à la relativité générale.

— Confusion ! Certes, la relativité (galiléenne ou einsteinienne, peu importe) fait du mouvement uniforme de deux référentiels le critère de leur équivalence. Mais elle n'interdit nullement de décrire dans ces référentiels des mouvements quelconques, donc accélérés.
A preuve la mécanique classique quand elle décrit la chute des corps !
La relativité générale n'est nécessaire que s'il existe des forces gravitationnelles.

Echappatoire 2 : et les accélérations ?

— Puisque le mouvement de Violette n'est pas uniforme, elle subit d'inévitables accélérations, infinies qui plus est, au départ, au demi-tour et à l'arrivée. N'est-il pas évident qu'aucune horloge ne peut éviter d'être perturbée par ces accélérations dynamiques et que leurs indications ne pourront donc coïncider avec les prédictions de la seule cinématique relativiste ?

— Objection recevable, mais qui pointe seulement le caractère trop simpliste du modèle avec aller-retour à vitesse constante. On peut, sans modifier le résultat final, considérer une modélisation plus réaliste avec une variation de vitesse continue et une accélération limitée, qui peut d'ailleurs être prise aussi petite que possible, et des horloges aussi robustes que nécessaire.

IV. Expériences

Cohérence conceptuelle et validité expérimentale de la relativité einsteinienne dans son ensemble

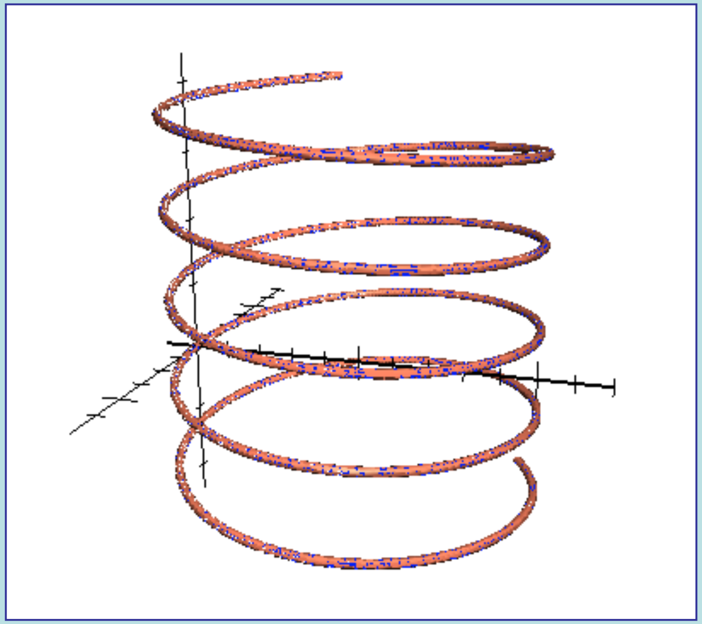
$\Rightarrow$ excellente évidence indirecte.

Avec de vrais jumeaux ?

Scott et Mark Kelly sont de vrais jumeaux, tous deux astronautes de la NASA.
Mark a passé 50 jours en orbite (dans l'ISS) et Scott 180 — à une vitesse moyenne de 28.000 km/h.
Ils ont un différentiel d'âge de quelques millisecondes (…bien inférieur à celui qu'ils avaient à leur naissance !).

La durée de vie des muons

Bailey et al., “Measurements of relativistic time dilation for positive and negative muons in a circular orbit », *Nature* 268 (July 28, 1977) p. 301.



Les muons se désintègrent avec une durée de vie moyenne de l’ordre de la microseconde — lorsqu’ils sont au repos.
Des muons emmagasinés dans un anneau de stockage où ils se déplacent à une vitesse v = 0,9994 c, exhibent une durée de vie moyenne de plusieurs millisecondes, correspondant bien au facteur

$$\gamma = (1 - v^2/c^2)^{-1/2} = 3.10^3$$

N. B. Dans cette expérience, les muons subissent une accélération centripète (constante) d’environ 10^{19} m-s^{-2} (= 10^{18} g) — ce qui montre bien que ce n’est pas l’accélération en tant que telle qui importe

L’expérience de Hafele-Keating

J. Hafele & R. Keating, juillet 1972 : “Around the world atomic clocks: predicted relativistic time gains”, *Science* **177**, 166−168, et “Around the world atomic clocks: observed relativistic time gains”, *Science* **177,** 168−170.

Des horloges atomiques sont embarquées en avion (sur des lignes commerciales) pour un double tour du monde, une fois vers l’Est, une fois vers l’Ouest, et comparées au retour avec des horloges de référence restées au sol (mais pas immobile : la Terre tourne !).
Le paradoxe des triplés…

L’horloge allant vers l’Ouest se déplace plus vite que celle restée au sol et doit donc retarder, celle allant vers l’Est moins vite et doit donc avancer.

Mais attention : changement d’altitude, donc modification du potentiel de gravitation et effet supplémentaire dû à la relativité générale.

L'expérience de Hafele-Keating

	prédictions théoriques (ns)			résultats expér. (ns)
	relativité	gravité	total	
vers l'Est	-184 ± 18	144 ± 14	-40 ± 23	-59 ± 10
vers l'Ouest	96 ± 10	179 ± 18	275 ± 21	273 ± 7

Expérience refaite en 1996, puis en 2010, avec une précision améliorée.

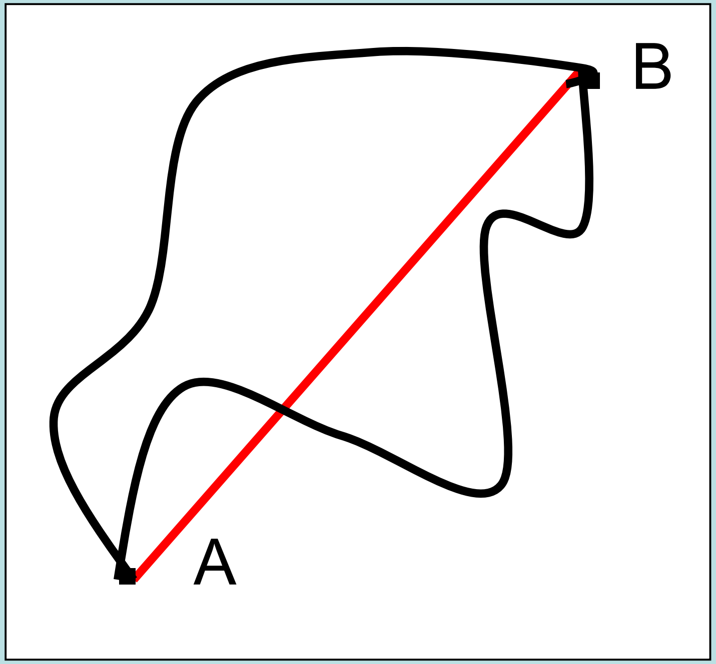
Effets désormais incorporés dans la localisation par GPS.

V. De la relativité à la chronogéométrie

Géométrie = théorie de la structure de l'espace

"Relativité" = théorie de la structure de l'espace-temps
= **chronogéométrie**

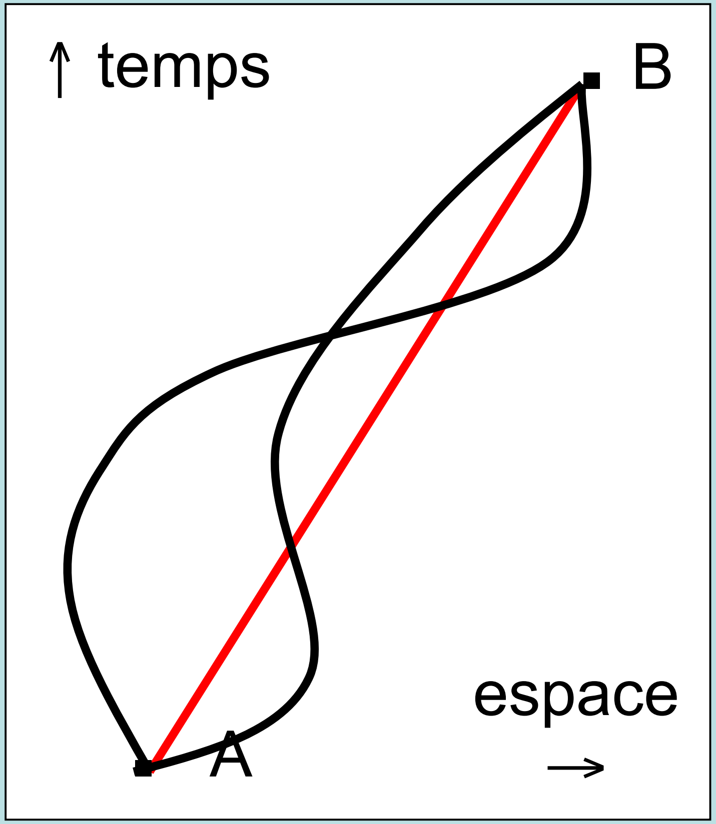
Le point de vue chronogéométrique



En géométrie banale, s’étonne-t-on que la longueur de la distance entre deux points dépende du chemin qui les relie ?

Il y a un chemin de plus courte longueur, la ligne droite…

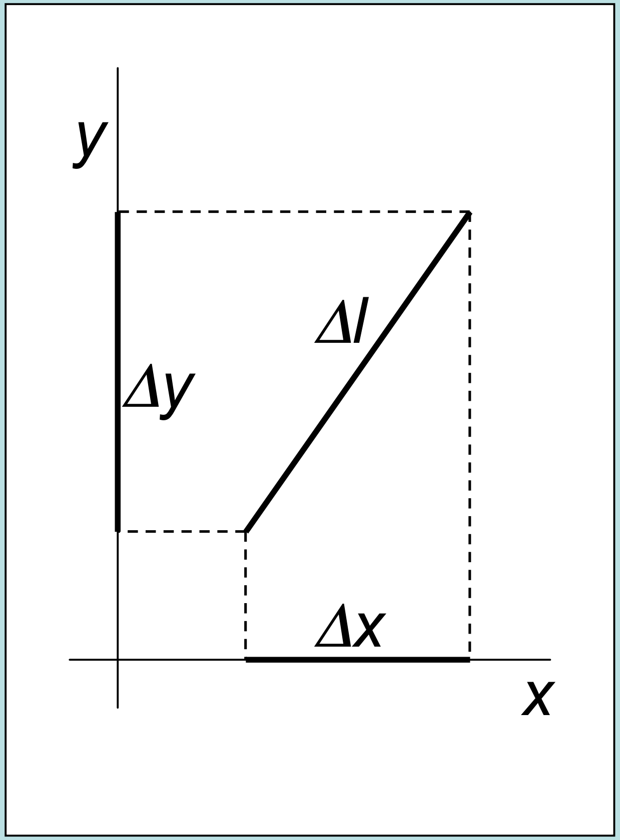
Le point de vue chronogéométrique



En chronogéométrie (c'est-à-dire dans l'espace-temps), la durée d'un phénomène dépend de la ligne d'univers qu'il parcourt.

Il y a une ligne de plus **longue** durée, celle où le lieu du phénomène ne change pas (géodésique $\Rightarrow$ temps propre).

La métrique spatiale

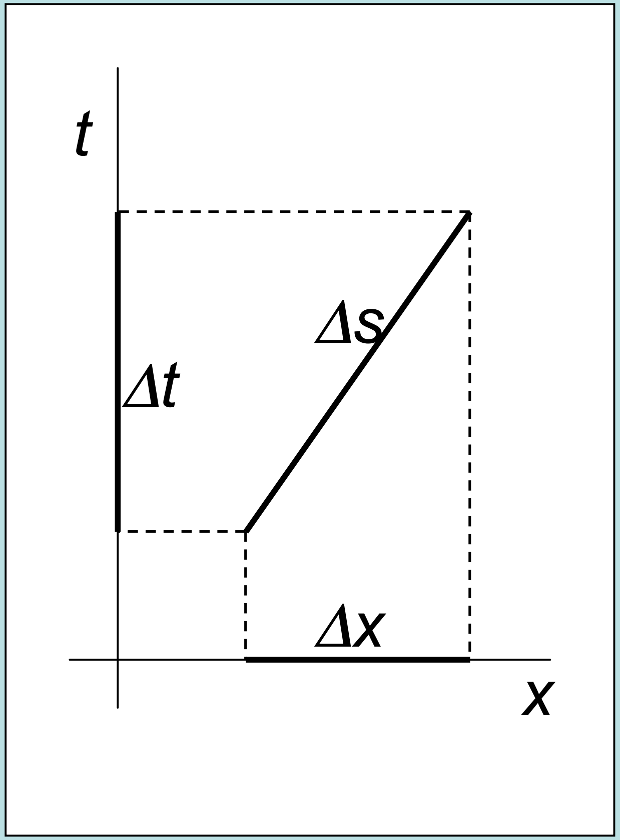


En géométrie euclidienne, la distance entre deux points est donnée par

$$\Delta l^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 \text{ (Pythagore)}$$

pour **tout** système d'axes orthonormé.

La métrique spatiotemporelle



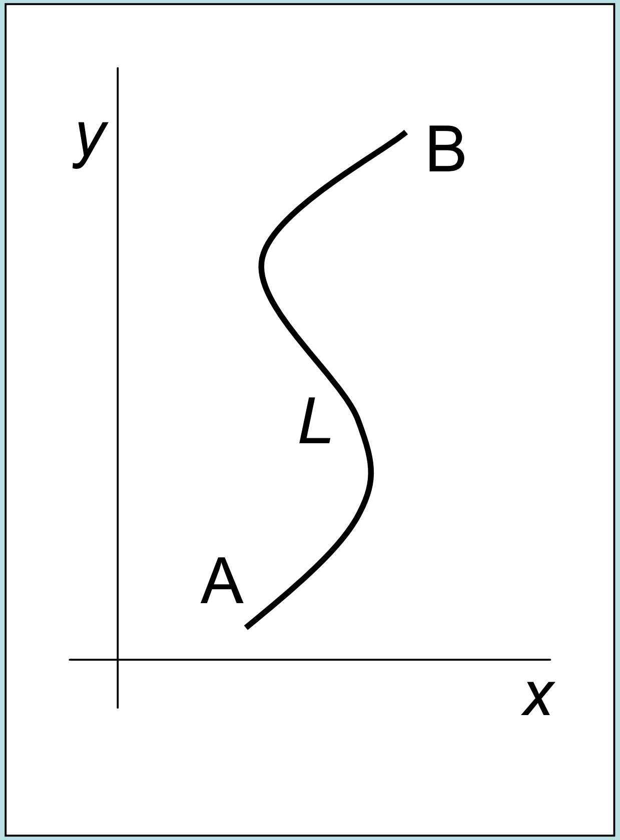
En chronogéométrie einsteinienne, l'intervalle entre deux événements est donné par

$$\Delta s^2 = \Delta t^2 - \Delta x^2 \text{ (Minkowski)}$$

pour **tout** référentiel inertiel.

Si $\Delta s^2 > 0$, Δs est la durée en **temps propre** qui sépare les deux évènements.

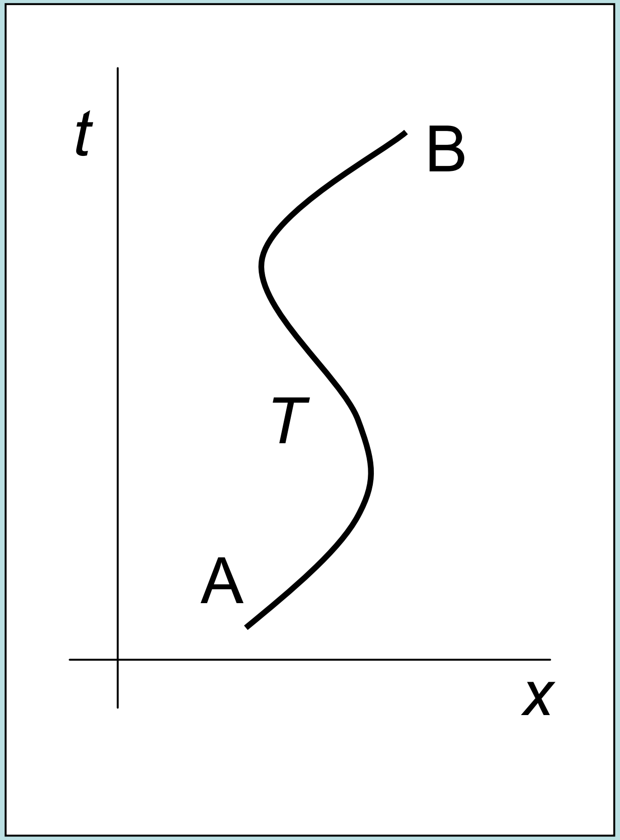
La métrique spatiale



En géométrie euclidienne, la longueur d'une courbe est donnée par

$$L = \int_A^B dl$$

La métrique spatiotemporelle



En chronogéométrie einsteinienne, la durée en **temps propre** d'un phénomène est donnée par

$$T = \int_A^B ds$$

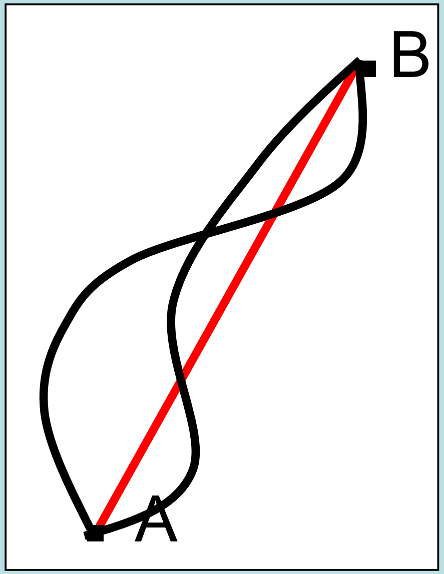
l'intégrale étant calculée le long de **sa ligne d'univers**.

Une analogie éclairante

On dit souvent que le mouvement de Violette fait retarder son horloge, ou que son horloge ralentit par rapport à celle de Serge.

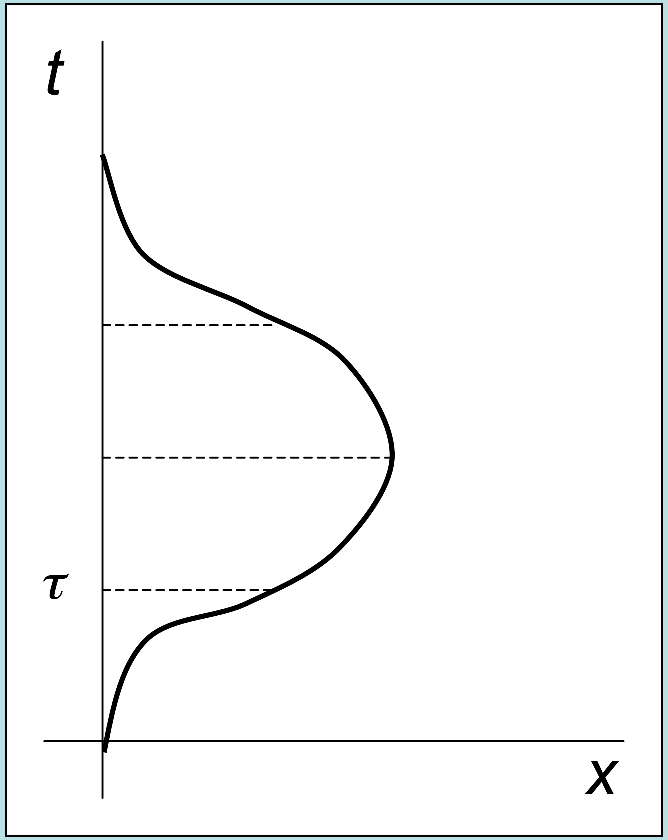
Confusion !

Les secondes de Violette s'écoulent et sont mesurées par son horloge exactement comme celles de Serge — mais il y en a moins !



Tout comme sur une ligne courbe joignant A et B, les mètres ne sont pas plus longs — mais il y en a plus !

Un exemple



Violette part à accélération constante γ pendant le temps τ — tel que vu par Serge —, puis décélère à $-\gamma$ pendant le même temps jusqu'à arriver à α Cen, et accomplit son voyage de retour de la même façon :

$$v = \tanh(\gamma t)$$

$$x = (1/\gamma) \operatorname{Ln} [\cosh(\gamma t)]$$

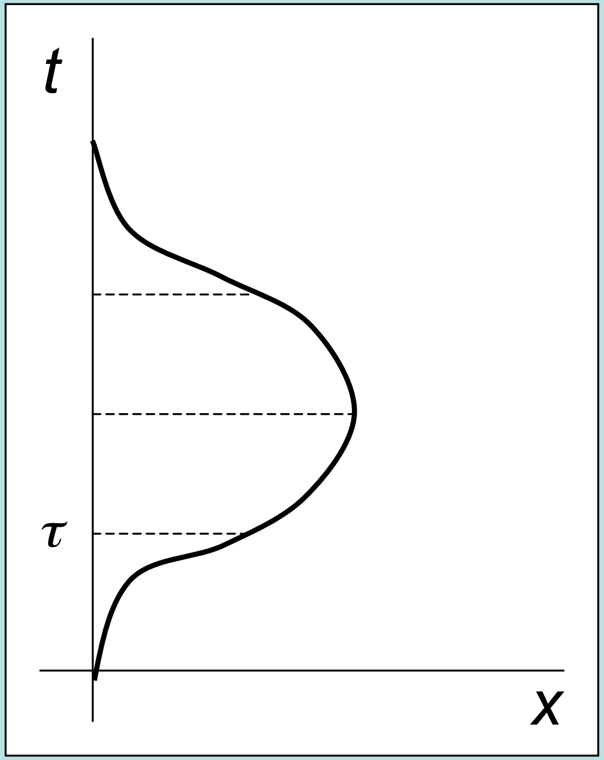
(avec $c = 1$)

N. B. si $\gamma t \ll 1$, on retrouve bien :

$$v = \gamma t$$

$$x = (1/2) \gamma t^2$$

Un exemple



Quel est la durée du voyage pour Violette (en temps propre) ?

Première phase :

$$T_1 = \int_0^{\tau} ds = \int_0^{\tau} (1-v^2)^{1/2} dt$$

$$= \int_0^{\tau} (1-\tanh^2 \gamma\, t)^{1/2} dt$$

$$= (2/\gamma)\ \mathrm{Arctg}\ [\tanh(\gamma\, \tau / 2)]$$

D'où $T_1/\tau = (2/\gamma\, \tau)\ \mathrm{Arctg}\ [\tanh(\gamma\, \tau / 2)] < 1$

Pour les 4 phases du voyage, même rapport.

Donc, pour l'aller-retour

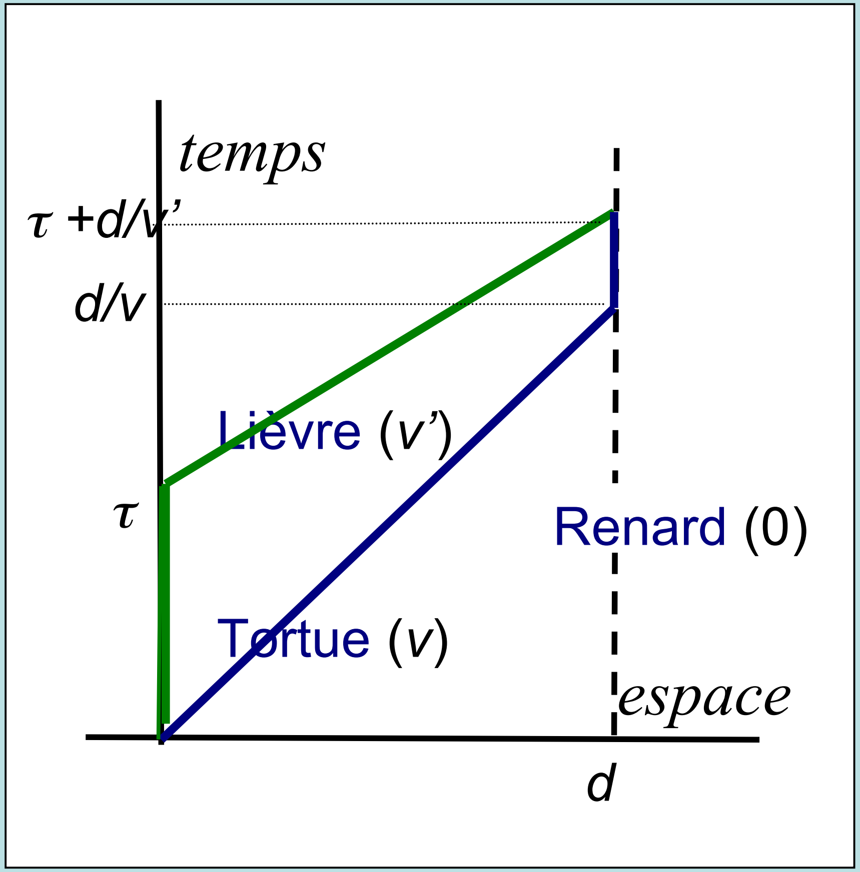
$$T_{violette} / T_{Serge} < 1$$

Si $\gamma\, \tau <<1$, on retrouve bien $T_V = T_S$

Si $\gamma\, \tau >>1$, $T_V << T_S$

… même si $\gamma << 1$

Einstein, le Lièvre et la Tortue



Pour le Renard, le Lièvre arrive après un délai

$\delta = \tau + d/v' - d/v$

Mais la différence entre les temps propres de parcours du Lièvre et de la Tortue est

$\delta' = \tau + d\,(1-v'^2)^{1/2}/v' - d\,(1-v^2)^{1/2}/v$

On peut avoir à la fois $\delta > 0$ et $\delta' < 0$.

Le Lièvre arrive après la Tortue, mais son parcours *lui* a pris moins de temps…