La masse en astrophysique

R. Lehoucq

Fleurance, 9 août 2002

1 Commençons simplement : quelle est la taille d'une planète ?

Chacun s'accordera sans difficulté à dire qu'une planète est une sphère de matière en orbite autour d'une étoile. Si cette définition est juste, elle n'en est pas pour autant satisfaisante. Après tout, les étoiles sont tout autant sphériques que les planètes, quant aux astéroïdes, ils sont eux aussi en orbite autour du Soleil. Partons du principe que la spécificité d'une planète, le trait qui lui réserve une place particulière dans notre imaginaire, c'est la possibilité qu'elle puisse abriter des êtres vivants. Ce point de départ exclu d'emblée les planètes mortes, comme Mars ou Vénus, et les planètes géantes, comme Jupiter et Saturne. Il va pourtant nous permettre d'échafauder un raisonnement astucieux. Pour répondre à la question « qu'est-ce qu'une planète? », il faudrait d'abord nous demander « qu'est ce que la vie? », une planète devenant alors, par définition, un système autonome capable d'abriter la vie. Cette seconde question apparaît bien plus vaste que la première. On ne se risquera pas à tenter d'y répondre ici mais, plus modestement, intéressons nous aux conditions propices au développement de la vie telle que nous la connaissons sur Terre. Il semble raisonnable qu'un être vivant puisse échanger de la matière avec son environnement, à la fois sous forme solide et liquide (pour son alimentation, sa croissance ou sa reproduction par exemple), mais aussi sous forme gazeuse (notamment pour sa respiration). On notera que le point de vue adopté ici est plutôt conservateur, puisqu'il ne cherche pas à prendre en compte la possible existence de formes de vie exotiques rencontrées dans certains ouvrages de science-fiction, tels les cristaux conscients (voir *Cristal qui songe* de Théodore Sturgeon) ou les nuages interstellaires pensants (voir *Le Nuage noir* de l'astrophysicien Fred Hoyle, décédé le 20 août 2001). Pourtant, comme nous allons le voir, cette simple exigence exerce sur notre hypothétique planète une contrainte sévère qui ira jusqu'à déterminer l'ordre de grandeur de sa taille et de sa masse.

1.1 Une affaire de cohésion

En premier lieu, réfléchissons à ce qui fait la cohésion de la matière d'une planète, à la raison physique qui l'empêche de s'éparpiller bêtement dans l'espace. Chacun sait qu'une planète exerce un champ de gravitation dont l'effet est d'attirer chaque particule de matière vers toutes les autres, avec une force d'autant plus grande que leur distance est faible. C'est cette force, théorisée pour la première fois par Isaac Newton au XVII^e siècle, qui nous colle à la surface de notre bonne vieille Terre. Mais la matière a d'autres voies d'interaction. A commencer par la force électrostatique, qui se manifeste entre particules chargées et qui, entre autre, lie les atomes entre eux pour former des molécules. Reste encore deux interactions fondamentales : les forces nucléaires forte et faible. Comme leur nom l'indique, elles règnent sur le noyau de l'atome mais ont une portée très réduite – de l'ordre de la taille du noyau, soit environ un millionième de milliardième de mètre (10^{-15} mètre) - qui les disqualifie complètement pour jouer un rôle à l'échelle d'une planète. Aussi, finalement, il est possible d'affirmer que la structure d'une planète est le résultat du jeu entre la force de gravitation et la force électrostatique. Le point important réside dans une simple remarque : si on part du principe qu'il est essentiel que les formes de vie puissent échanger de la matière avec la planète qui les abrite, alors la cohésion de la matière planétaire doit être principalement assurée par la force électrostatique, et qu'elle domine la force gravitationnelle. Cette contrainte impose une sévère contrainte sur la taille d'une planète, au point d'en fixer l'ordre de grandeur.

1.2 Atomes crochus

Remarquons d'abord que le coût énergétique de la rupture d'un morceau de matière ne dépend que des liaisons atomiques ou moléculaires rompues le long de la surface de rupture, et non pas de la taille globale du système. Pour le dire autrement, il est aussi facile de creuser le flan d'une colline que de creuser le flan d'une montagne ou de boire une gorgée d'eau dans un verre que dans un lac. La force électromagnétique a bien cette propriété, dite de saturation, que l'énergie de liaison par atome est indépendante de la taille du système [1]. Pour des particules de charge e, cette énergie est toujours de l'ordre de $E_{\mathrm{em}} = e^2/a$, c'est-à-dire de quelques électron-volt. Cette propriété résulte essentiellement du jeu des subtiles compensations entre les attractions et les répulsions électrostatiques qui jouent dans la matière. Les particules ayant des charges de signe opposé (noyaux et électrons) s'y répartissent uniformément, toute accumulations de charges non compensées conduisant à une répulsion locale. Cela donne naissance à un effet d'écran mutuel et malgré leur longue portée théorique (force en $1/r^2$), la force électrostatique équivaut en partique à une force à courte portée. Tout se passe comme si chaque atome n'interagissait qu'avec ses plus proches voisins ; l'énergie de liaison totale se réduit à la somme des énergies de liaison de chaque atome avec son environnement immédiat, qui est de l'ordre de E_{em}. Pour un corps constitué de N particules on peut ainsi estimer son énergie de liaison électromagnétique totale par $N\,E_{\mathrm{em}}$.

1.3 Gravité sans légèreté

Il en va tout autrement de la gravitation. Remarquons d'abord que c'est une force extrêmement faible. L'énergie de liaison gravitationnelle entre deux protons isolés et distant de a est égale, en valeur absolue, à $E_{\mathrm{gr}} = Gm_p^2/a$. La faiblesse de la force gravitationnelle est parfaitement quantifiée par le rapport entre les énergies de liaison électrostatique et gravitationnelle :

$$\frac{E_{\mathrm{em}}}{E_{\mathrm{gr}}} = \frac{e^2}{Gm_p^2} \simeq 10^{36}$$

Bien que beaucoup plus faibles, la force électromagnétique est aussi beaucoup plus têtue, car universellement attractive puisqu'il n'existe pas de masse négative. Aucune compensation ne joue, et l'énergie est donc celle de tous les couples d'atomes, au nombre de $N(N-1)/2 \simeq N^2$. Compte tenu de ce que la distance moyenne entre deux atomes est évidemment de l'ordre de la taille R du corps, l'énergie de liaison gravitationnelle [2] s'écrit $N^2\,Gm^2/R$. Sachant que le volume du corps est du même ordre que le volume de toute ses particules, on a $R^3 \simeq Na^3$. Cela conduit à écrire l'énergie de liaison gravitationnelle sous la forme $N^{5/3}\,E_{\mathrm{gr}}$. L'exposant 5/3 montre que les forces de gravitation ne sont pas saturées. L'énergie de liaison par atome croit comme la puissance 2/3 de leur nombre, ce qui rend de plus en plus compact et de plus en plus lié des systèmes matériels de plus en plus massif. Les systèmes dominés par les forces de gravitation ont un intérêt énergétique majeur à rester liés et ne se laissent pas mettre en pièce facilement [3]. Une planète ne permettra donc à sa matière de

1. Ce qui signifie que l'énergie de liaison d'un système de N particules est proportionnel à N.

2. On aurait pu aussi évaluer l'énergie potentielle gravitationnelle d'une masse M de rayon R qui est de l'ordre de GM^2/R.

3. Précisons encore un point sur les forces saturées. Supposons qu'un système ait une énergie de liaison donnée par $U(N) = N^\alpha E_0$. La différence d'énergie entre deux systèmes séparés de N particules chacun, et le système composé des $2N$ particules est $\Delta U = (2^\alpha - 2)\,N^\alpha E_0$. Cette différence n'est nulle que pour des forces saturées pour lesquelles $\alpha = 1$. Pour des forces non saturées ($\alpha > 1$) le système est nécessairement ramassée en un seul morceau. Seule la saturation des forces permet la séparation effective en plusieurs sous-systèmes sans coût énergétique prohibitif.

s'organiser en structures séparées, échangeant des atomes sans dépense énergétique prohibitive, que si sa cohénsion est essentiellement d'origine électromagnétique, la gravitation ne jouant qu'un rôle mineur. La condition requise est donc $NE_{\text{em}} > N^{5/3}\,E_{\text{gr}}$, ce qui se traduit par

$$N \leq N_{\text{P}} \quad \text{avec} \quad N_{\text{P}} = \left(\frac{e^2}{Gm_p^2}\right) \approx 1,4 \times 10^{54}.$$

Pour que le métabolisme de l'animal puisse fonctionner, il doit aussi avoir des échanges gazeux avec l'atmosphère – et d'abord qu'existe une telle atmosphère ! Cela exige que la planète soit assez lourde pour retenir ses matériaux gazeux ; la vitessse de libération doit y être supérieure à la vitessse moyenne des atomes, de façon qu'ils n'échappent pas à l'attraction planétaire. L'énergie cinétique moyenne des atomes, que leur confèrent les réactions chimiques qui les produisent, est comparable à l'énergie de liaison caractéristique E_{em}. Celle-ci doit être inférieure à la profondeur du puit de potentiel gravitationnel dans lequel est plongé l'atome à la surface de la planète soit :

$$E_{\text{em}} \leq \frac{GMm_p}{R} = N^{2/3}\,E_{\text{gr}}.$$

D'où une nouvelle condition, réciproque de la précédente : $N > N_{\text{P}}$. On en conclut que la vie ne peut exister que sur une planète dont la taille est d'un ordre de grandeur bien défini : $N = N_{\text{P}}$. La valeur de N_{P} calculée précédemment correspond à une masse d'environ $2,3 \times 10^{27}$ kg et un rayon de $5,6 \times 10^8$ mètres, soit à une grosse planète, cousine de Jupiter. Si l'on avait utilisé des noyaux de masse $30m_p$, les dimensions auraient été proches de celles de la Terre (dont le noyau moyen a justement une masse atomique voisine de 30).

2 Entrons dans les détails

Dans cette partie, je vais reprendre l'argumentaire précédent en approfondissant la raison de la saturation de la force de Coulomb et en posant les bases d'une généralisation de notre raisonnement.

2.1 Forces de Coulomb

Considérons un système de $2N$ particules en interaction coulombienne, N protons de masse m_p et N électrons de masse m_e. On note p leur impulsion quadratique moyenne. L'énergie totale du système peut être approximée par

$$E_0(N) \approx N\,\frac{p^2}{2m_e} - N\frac{e^2}{d}$$

Dans cette expression le premier terme correspond à l'énergie cinétique des électrons (celle des protons est négligée car $m_p \gg m_e$; le second est égale à l'énergie d'interaction coulombienne entre particules de charges opposées et d est la distance moyenne entre particule (l'effet d'écran fait que tout se passe comme si une particule ne voyait que ses plus proches voisines).

Il faut de surcroit se rappeler que l'inégalité de Heisenberg impose que $pD > \hbar$ où D est la taille caractéristique du système. En effet, p et D donne une bonne estimation de la dispersion des particules en impulsion et en position. Si l'on suppose que la distribution spatiale des particules est à peu près uniforme, le volume total est égal à $D^3 = Nd^3$ ce qui permet, en combinaison avec l'inégalité d'Heisenberg, de borner inférieurement l'énergie du système par une fonction de la taille D :

$$E_0(N) > N\,\frac{\hbar^2}{2m_eD^2} - N^{4/3}\frac{e^2}{D}.$$

L'état fondamental du système, i.e. le minimum de l'énergie comme fonction de D, est atteint pour une taille égale à

$$D_0(N) = N^{-1/3} a_0 \quad \text{avec} \quad a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} \approx 0,53 \mathring{A} \tag{1}$$

et vaut

$$E_0(N) = -N^{5/3} \mathcal{E}_0 \quad \text{avec} \quad \mathcal{E}_0 = \frac{e^2}{2a_0} \approx 13,6\,\text{eV}. \tag{2}$$

Les paramètres caractéristiques qui apparaissent ici sont le rayon de Bohr et l'énergie de Rydberg. Le comportement de D_0 et E_0 en fonction de N est tout à fait étrange car, s'ils étaient vrais, l'énergie nécessaire pour retirer un électron d'un gramme d'hydrogène, c'est-à-dire d'un système à $N = 6,02 \times 10^{23}$ particules, serait de l'ordre de 10^{17} eV, au lieu des quelques eV attendus. Il manque clairement quelque chose à notre analyse...

2.2 Principe de Pauli et saturation des forces de Coulomb

Comme nous allons le voir maintenant, c'est la nature fermionique des électrons qui est à la source de la saturation des forces de Coulomb, c'est-à-dire de la stabilité de la matière ordinaire. La raison physique est simple : le principe de Pauli maintient les électrons bien plus éloignés qu'ils ne le sont dans l'analyse précédente. Comment adapter l'inégalité d'Heisenberg au cas d'un système de fermions? Etudions l'espace des phases d'un système unidimensionnel de N particules. Pour un système classique, chaque particule est représentée par un point de l'espace des phases, le système total par N points. Pour un système quantique, l'inégalité de Heisenberg remplace ces points par des boites de taille δx et δp et de volume total $\delta x\, \delta p > \hbar$. L'état du système à N particules est décrit par N boites de la sorte. Si les particules sont indépendantes, les boites peuvent se superposer, et le volume total du système dans l'espace des phases, d'extention Δx et Δp, peut ne pas être plus grand que le volume d'une unique boite et l'on retrouve l'inégalité usuelle $\Delta x\, \Delta p > \hbar$. Pour un système de fermions la situation change complètement car maintenant le principe de Pauli interdit que les boites individuelles se recouvrent, c'est-à-dire que deux fermions distincts soient dans le même état quantique. Cela impose que le volume total d'espace des phases occupé par les N particules soit au moins égal à N fois le volume d'une boite. Cela se traduit par $\Delta x\, \Delta p > N\hbar$. L'extension à trois dimensions est immédiate et l'inégalité précédente devient $\Delta r^3\, \Delta p^3 > N\hbar^3$, soit $\Delta r\, \Delta p > N^{1/3}\hbar$. En pratique, l'effet de la nature fermionique des particules revient à remplacer la constante de Planck $\hbar$ par la constante effective $N^{1/3}\hbar$. Les équations (1) et (2) deviennent alors :

$$D_0(N) = N^{1/3} a_0 \tag{3}$$

$$E_0(N) = -N\mathcal{E}_0. \tag{4}$$

L'énergie par particule, $E_0(N)/N$ est donc constante et de l'ordre de quelques eV, la distance typique entre atome vaut environ a_0, i.e. quelques angströms. Notons au passage que l'équation (1) signigie aussi que la masse volumique est constante et de l'ordre d'un proton par rayon de Bohr au cube.

2.3 Entrée de la gravitation

Les forces de coulombiennes ne sont pas les seules à déterminer le comportement macroscopique de la matière ; il faut aussi tenir compte de la force de gravitation. Contrairement à la force de Coulomb, la gravitation n'est pas saturée car il n'existe pas de masse négative ; aucune subtile compensation ne peut donc jouer. Pour un système de N particules identiques de masse μ, l'énergie totale du système s'exprime approximativement par :

$$E(N) \approx N\,\frac{p^2}{2\mu} - \frac{N(N-1)}{2}\,\frac{G\mu^2}{D/2}$$

où D est la taille du système ($D/2$ donne donc une estimation de la distance moyenne entre particule) ; notons aussi que si N est assez grand alors $N(N-1)/2 \approx N^2/2$. Pour un ensemble de fermions et en tenant compte de l'inégalité de Heisenberg écrite sous la forme $pD > N^{1/3}\hbar$, la minimisation de l'énergie totale conduit à un état fondamental dont la taille vaut

$$D_0(N) = N^{-1/3}\frac{\hbar^2}{G\mu^3}$$

pour une énergie

$$E_0(N) = -N^{7/3}\frac{G^2\mu^5}{2\hbar^2}.$$

Il est aisé de déduire les expressions qui concernent la matière réelle. Il suffit de noter qu'à cause du rapport élevé entre la masse du proton et celle de l'électron, l'énergie cinétique du système est essentiellement celle des électrons et l'énergie potentielle gravitationnelle est surtout celle des protons. Les forces de Coulomb contraignent le système à être localement neutre ce qui imposent aux protons et aux électrons (pour de l'hydrogène !) d'avoir les mêmes distributions spatiales. En d'autres termes, l'énergie gravitationnelle du système est à peu près la même que celle d'un système fictif de particules neutres de masse inertielles m_e et de masse gravitationnelle m_p :

$$E(N) \approx N\,\frac{p^2}{2m_e} - N^2\frac{Gm_p^2}{D}$$

Dans cette équation la nature fermionique des électrons impose que $pD > N^{1/3}\hbar$. L'état fondamental, réalisé pour la valeur de D qui minimise l'énergie, a une taille donnée par :

$$D_0(N) = N^{-1/3}\frac{\hbar^2}{Gm_p^2 m_e} = N^{-1/3}\frac{e^2}{Gm_p^2}a_0 \tag{5}$$

pour une énergie

$$E_0(N) = -N^{7/3}\frac{G^2 m_p^4 m_e}{2\hbar^2} = -N^{7/3}\left(\frac{Gm_p^2}{e^2}\right)^2 \mathcal{E}_0. \tag{6}$$

2.4 Matière froide : des pierres aux étoiles

Il devient maintenant assez clair que la matière, pour des systèmes suffisamment petit, est gouvernée par les forces de Coulomb car le rapport Gm_p^2/e^2 est ridiculement petit ; taille et énergie et taille obéissent aux équations (3) et (4). Quand le système devient suffisamment grand, la gravitation prend le relai et ce sont les équations (5) et (6) qui deviennent valides. La transition entre le régime coulombien et le régime gravitationnel se fait quand leurs contributions à l'énergie totale sont identiques, ce qui revient à égaler les équations (4) et (6). On obtient ainsi le nombre N_P de particules d'un corps situé à la limite entre les deux régimes

$$N_\mathrm{P} = \left(\frac{e^2}{Gm_p^2}\right)^{3/2} \approx 1,4 \times 10^{54}$$

dont la taille vaut

$$D_\mathrm{P} = \left(\frac{e^2}{Gm_p^2}\right)^{1/2} \frac{\hbar^2}{m_e e^2} \approx 5,9 \times 10^7\,\mathrm{m}$$

Ces résultats peuvent être résumé par une figure représentant la taille D d'un système en fonction du nombre de ses particules N (ou de sa masse Nm_p). Dans le régime de Coulomb, la taille augmente comme $N^{1/3}$ de telle sorte que la densité de la matière est à peu près constante ; cela correspond tout à fait à notre expérience de la matière, puisque qu'il semble évident qu'une pierre et une montagne ont la même densité. A cette échelle de taille la cohésion des corps est le fruit de force effective de surface, ce qui explique que leur forme est quelconque et n'affecte pas leur cohésion. Quand le nombre de particules approche la valeur critique, la gravitation, force de volume, commence à prendre le relai et contraint le système à adopter la forme sphérique. La masse et la taille critique que nous venons de déterminer correspondent approximativement aux dimensions d'un corps voisin de Jupiter. Au-delà de cette limite, c'est la gravitation qui assure la cohésion du système, lui imposant d'être d'autant plus petit qu'il est lourd. De tels corps, peuvent être identifiés aux naines blanches, étoiles suffisamment froide et condensée pour que la pression cinétique ne joue aucun rôle dans leur équilibre[4]. Dotée d'une masse presque égale à celle du Soleil, les naines blanches ont une taille comparable à celle de la Terre.

Que se passe-t-il si l'on continue à augmenter le nombre de particules? Il va falloir tenir compte d'un nouveau phénomène. A la taille du système, donnée par l'équation (5), va correspondre une quantité de mouvement minimum donnée par la relation de Heisenberg-Pauli $\Delta r\,\Delta p > N^{1/3}\hbar$ égale à :

$$p_0(N) = N^{2/3}\,\frac{Gm_p^2 m_e}{\hbar}.$$

Cette valeur minimum augmente avec le nombre de particules et finit par atteindre une valeur, d'ordre $m_e c$, telle que les électrons deviennent relativistes. Cette transition se produit quand le nombre de particules atteint

$$N_c = \left(\frac{\hbar c}{Gm_p^2}\right)^{3/2} = \alpha^{3/2} N_{\mathrm{P}} \approx 2,25\,10^{57}$$

où la quantité $\alpha = e^2/\hbar c \approx 1/137,2$ est la constante de structure fine. Il est remarquable que ce résultat puisse se mettre sous la forme $(M_{\text{Planck}}/m_p)^3$, où $M_{\text{Planck}} = (\hbar c/G)^{1/2}$ désigne la masse de Planck[5]. Pour des corps dont la masse atteint $N_c m_p$, l'estimation précédente n'est plus valide car elle était basée sur la formulation galiléenne de l'énergie cinétique des électrons. Il faut donc utiliser la formule d'Einstein à la place. Il est alors possible de montrer que l'énergie du système n'est plus bornée inférieurement et qu'il devient donc instable gravitationnellement. Ainsi, un corps froid, comme une naine blanche, ne peuvent pas dépasser cette masse limite, connue sous le nom de masse de Chandrasekhar. Les corps chauds, comme les étoiles encore soumise à des réactions nucléaires, peuvent dépasser cette limite car, dans leur cas, la compression gravitationnelle est compensée par la pression thermique et les pertes par rayonnement sont compensées par l'énergie produite par les réactions nucléaires. En se refroidissant, une étoile dont la masse dépasse celle de Chandrasekhar aura un destin fatal puisque la pression des électrons dégénérés relativistes n'est pas suffisante pour contrer la gravitation et empêcher l'effondrement en étoile à neutrons. L'estimation de la masse de Chandrasekhar donnée plus haut correspond à un corps légérement plus massif que le Soleil, de masse égale à 1,87 $M_\odot$ (un calcul plus précis donnerait 1,4 $M_\odot$). Enfin, on peut vérifier à l'aide de l'équation (6) qu'à la limite de Chandrasekhar, l'énergie moyenne par électron vaut $\mathcal{E}_0/\alpha^2$.

2.5 L'ultime instabilité

Il existe une limite ultime à la pression qui peut régner au sein d'un astre froid lié par sa gravitation : la vitesse du son ne peut y dépasser la vitesse de la lumière. Dans un milieu de densité ρ et de pression P cela impose que $P \leq \rho c^2$. Notons que cette limite est indépendante des détails de la physique des particules constituants l'astre. Le théorème du viriel appliqué à un tel corps donne donc que son énergie potentielle gravitationnelle doit être inférieure au triple de l'énergie de masse de l'astre, l'égalité

4. Je rappelle que nous n'avons considéré que les corps « froids » dans notre raisonnement. Les naines blanches entre bien dans ce cas de figure car les réactions nucléaires s'y sont arrétées à cause de la trop faible masse de l'étoile dont elles sont issues.

5. La masse de Planck est celle d'une particule qui aurait une longueur d'onde de de Broglie $\hbar/mc$ égale à son rayon de Scharzschild Gm/c^2.

marquant l'effondrement définitif et irrémédiable. La masse maximum d'un corps froid, dite masse de Landau-Oppenheimer-Volkoff, satisfait donc

$$\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R} = 3Mc^2$$

Rappelons-nous que le rayon R d'un système de N fermions de masse μ est donné par $N^{-1/3}\hbar^2/(2G\mu^3)$; la masse du système est égale à $M = N\mu$. Pour des protons, la relation précédente conduit à

$$N_{LOV} = \left(\frac{5}{2}\right)^{3/4} N_c \tag{7}$$

Cela correspond à une masse d'environ $3,7\ M_\odot$.

3 Et les corps chauds?

Nous en arrivons maintenant à nous demander ce qui fixe la taille des étoiles. En effet, celles-ci se comportent de manière fort différente des corps froids que nous venons de discuter car elles sont dotées d'une source interne d'énergie. L'un des résutats les plus étonnants de l'astronomie du XX^e^ siècle est le fait que la masse des étoiles reste confinée à un intervalle somme toute assez restreint de valeurs. Le nombre N^* de nucléons contenus dans une étoile est proportionnel à la masse de Chandrasekhar

$$N^* = sN_c \quad \text{avec}\, N_c = \left(\frac{\hbar c}{Gm_p^2}\right)^{3/2}$$

où s est un facteur numérique qui varie entre 0,1 et environ 60. Ces limites sont finalement assez contraignantes sachant que $N_c \approx 2,25 \times 10^{57}$.

Pour établir cette étonnante relation, nous commencerons par supposer qu'une étoile est essentiellement constituée d'hydrogène, c'est-à-dire d'un nombre N^* de protons et d'électrons. Notre étoile sera aussi imaginée sphérique de rayon R et ayant une densité et une température uniforme[6]. La température T est suffisamment haute pour que l'hydrogène soit ionisé, les électrons et les protons se déplacent librement. C'est bien sûr la gravité qui les empêche de s'éparpiller bêtement dans l'espace. Pour relier la température aux effets de la gravité, nous allons faire usage d'un résultat extrêmement important : le théorème du viriel. Celui-ci stipule que l'énergie cinétique E_c du gaz stellaire doit être égale à la moitié de la valeur absolue de l'énergie potentielle gravitationnelle E_g, qui est négative[7]. Ce théorème amène une remarque importante. L'énergie totale de l'étoile, somme de l'énergie cinétique de ses constituants et de son énergie potentielle gravitationnelle, est négative et égale à l'opposé de son énergie cinétique. Comme une étoile est chaude, elle rayonne de la lumière dans l'espace ce qui diminue son énergie totale. L'énergie cinétique des électrons et des protons, due à leur mouvement thermique, augmente donc ce qui se traduit par un augmentation de la température. Mais comme l'énergie totale est aussi égale à la moitié de l'énergie potentielle gravitationnelle, cette augmentation de température se fait par le biais d'une compression, c'est-à-dire d'une diminution du rayon de l'étoile.

Reprenons le cours de notre étude. Le théorème d'équipartition nous affirme que l'énergie cinétique des électrons et des protons est égale à $3kT/2$ par particule, où k désigne la constante de Boltzmann.

6. Cette dernière hypothèse semble extrêmement hardie. Pourtant, nous allons voir qu'elle est féconde.

7. Le théorème du viriel d'exprime plus généralement sous la forme $\int PdV = E_g/3$. Pour un gaz non relativiste, la pression est égale au 2/3 de l'énergie cinétique volumique, ce qui redonne notre expression. Comme l'énergie totale $E_c + E_g$ est négative, le système est forcément lié. Par contre, pour un gaz relativiste, la pression est égale au 1/3 de l'énergie cinétique volumique. L'énergie cinétique totale est alors égale à $-E_g$. L'énergie totale est donc nulle et l'on en conclue qu'un système gravitationnel relativiste est en équilibre métastable et qu'une faible perturbation peut le déséquilibrer.

L'énergie cinétique totale est donc égale à $3N^*kT$. L'énergie potentielle gravitationnelle d'une sphère uniforme de rayon R et de masse M et égale à $-3GM^2/5R$. Les électrons étant 1 836 fois moins lourds que les protons, la masse de l'étoile est essentiellement celle de ses protons c'est-à-dire N^*m_p. Le théorème du viriel devient donc

$$3N^*kT = \frac{1}{2}\frac{3}{5}\frac{G(N^*m_p)^2}{R} \tag{8}$$

Dans cette équation, le rayon R de l'étoile peut être avantageusement remplacé par la distance moyenne d entre protons. Si la distribution de matière est uniforme, nous avons $R/d = (N^*)^{1/3}$. Cela nous conduit à écrire l'équation (8) sous une forme exprimant directement l'énergie cinétique par particule

$$\frac{3}{2}kT = \frac{3}{20}\left(\frac{N^*}{N_c}\right)^{2/3}\frac{\hbar c}{d} \tag{9}$$

Comme nous l'avons vu, une étoile perd constamment de l'énergie ce qui cause une augmentation de sa température T et une diminution de la distance moyenne d qui sépare les protons. Il y a pourtant une limite à cette contraction. Si la température atteint une valeur suffisante, les réactions nucléaires qui transforment l'hydrogène en hélium se déclenchent. Ainsi, l'ignition du feu nucléaire, stoppe l'augmentation de la température de l'étoile ! L'énergie produite par les réactions nucléaires compense celle perdue par rayonnement. L'énergie totale est donc constante ce qui fixe la valeur de la température. L'étoile fonctionne alors comme un thermostat.

Des particules de masse m, confinées dans une sphère de rayon d, ont une quantité de mouvement minimum fixée par la relation de Heisenberg $p \geq \hbar/d$. Cette contrainte fixe donc une valeur minimum à leur énergie cinétique, égale à $\hbar^2/2md^2$. Cela revient à dire que chaque particule a son propre « domaine privé » dans lequel elle est confinée, ce qui fixe son énergie cinétique minimum (en vertu du principe de Pauli, finalement). La contraction de l'étoile stoppera précisément quand l'énergie cinétique par électron sera égale à cette énergie de Pauli (supérieure pour les électrons car leur masse est plus faible que celle des protons). Cela conduit à la relation

$$\frac{3}{20}\left(\frac{N^*}{N_c}\right)^{2/3}\frac{\hbar c}{d} = \frac{\hbar^2}{2m_e d^2}$$

qui donne

$$d = \frac{10}{3}\frac{\hbar}{m_e c}\left(\frac{N_c}{N^*}\right)^{2/3} \tag{10}$$

La température maximum que peut atteindre l'étoile avant que sa contraction ne s'arrête est donc donnée par (on remplace d dans l'équation (9))

$$\frac{3}{2}kT = \frac{9}{200}\left(\frac{N^*}{N_c}\right)^{4/3} m_e c^2 \tag{11}$$

Finalement, quel est le nombre minimum de protons dans une étoile ? Par le terme « étoile » il faut entendre une structure matérielle dont le cœur est le siège de réactions nucléaires produisant l'énergie qui compense celle perdue par rayonnement. La valeur minimum de N^* est donc atteinte quand la température maximum atteinte par contraction gravitationnelle est supérieure à la température T_r d'ignition des réactions nucléaires. A cette température d'ignition est associée une énergie cinétique par proton ε. Celle-ci doit être suffisamment grande pour que deux protons entrant en collision puissent fusionner en dépit de leur répulsion coulombienne. Nous avons vu que l'énergie cinétique minimum des protons confinés dans une sphère de rayon d, inférieure à celle des électrons, valait $\hbar^2/2m_pd^2$. Cette énergie doit être supérieure à l'énergie de répulsion coulombienne qui est d'ordre e^2/d. Au final, l'énergie cinétique d'ignition vaut à peu près $\varepsilon = 2m_pe^4/\hbar^2 \approx 100\,000$ eV. En pratique, il faut tenir compte de deux choses. D'abord, dans une distribution maxwellienne de température T il y a toujours des protons dont l'énergie dépasse $3kT/2$. Ensuite, les protons peuvent fusionner malgré la répulsion coulombienne grâce à l'effet tunnel. L'énergie cinétique moyenne par proton d'un gaz de capable de produire des réactions de fusion est donc inférieure à celle que nous venons de calculer : il suffit d'une énergie égale à environ $0,02\,\varepsilon$. Pour déterminer le nombre minimum N^* de protons dans une étoile, il suffit d'égaler cette énergie à celle déterminée dans l'équation (11). On obtient

$$\frac{N^*}{N_c} = \left(\frac{8}{9}\frac{m_p}{m_e}\alpha^2\right)^{3/4} \tag{12}$$

Nous obtenons finalement que $N^* = 0,16\,N_c$. Notre Soleil, avec un nombre de protons égal à $0,53\,N_c$ n'est donc pas si loin de la limite inférieure...

Existe-t-il une limite supérieure à la taille d'une étoile? Oui, bien sûr. Elle est la conséquence de l'instabilité radiative: une étoile massive devient si chaude que sa pression de radiation la rend instable ; l'étoile est littéralement soufflée par sa lumière. Avant de déterminer notre limite supérieure, il faut modifier nos considérations précédentes de deux façons. D'abord, l'énergie interne d'une étoile ne résulte pas seulement de l'énergie cinétique de ses particules mais aussi de l'énergie de son rayonnement. Nous verrons que cette contribution est faible quand N^*/N_c est plus faible que l'unité. Notre approche précédente était donc justifiée. Ensuite, le théorème du viriel écrit sous la forme « l'énergie cinétique E_c du gaz stellaire est égale à la moitié de la valeur absolue de l'énergie potentielle gravitationnelle E_g » ($E_c = |E_p|/2$) n'est vrai que pour des particules non relativistes. Plus généralement, si le gaz est partiellement ou totalement relativiste, cette relation devient $E_c = \Lambda\,|E_p|$ où Λ est un cœfficient compris entre 1/2 (gaz non relativiste) et 1 (gaz complètement relativiste). Comme l'énergie potentielle est négative, $\Lambda = 1$ implique que énergie potentielle et énergie cinétique sont égale et opposée. L'énergie totale est donc nulle, ce qui signifie que le système n'est plus lié.

Essayons de calculer à quelle condition l'énergie radiative devient supérieure à l'énergie cinétique des particules (qui vaut $3kT/2$ par particule). La fameuse loi de Stefan-Boltzmann nous dit que la densité volumique d'énergie radiative est proportionnelle à la puissance quatrième de la température T, plus précisément

$$u = \frac{\pi^2}{15}\frac{1}{(\hbar c)^3}(kT)^4$$

L'énergie radiative E_r contenue dans l'étoile est égale à cette densité d'énergie multipliée par le volume de l'étoile $4\pi R^3/3$, sachant que $R^3 = N^* d^3$. Le théorème du viriel nouvelle mode s'écrit

$$E_r + 3N^*kT = \Lambda\frac{3G(N^*m_p)^2}{5R} \tag{13}$$

dans laquelle il faut introduire la définition de N_c et la relation $R^3 = N^* d^3$. Si l'on pose $x = kT\,d/\hbar c$ l'équation précédente se réécrit

$$\left(\frac{N^*}{N_c}\right)^{2/3} = \frac{5}{3\Lambda}\left(\frac{4\pi^3}{45}x^4 + 3x\right) \tag{14}$$

Remarquons que le rapport $E_r/3N^*kT$ entre l'énergie radiative et l'énergie thermique des particules est égal à $(4\pi^3/135)x^3$. S'il est nettement supérieur à l'unité, l'étoile risque fort d'être déstabilisée par la pression de radiation. On en déduit que x doit être au moins égal à l'unité ce qui, inséré dans l'équation (14) conduit à la limite supérieure sur le nombre de protons d'une étoile $N^* \leq 33\,N_c$. Un calcul plus rigoureux aurait conduit à une limite égale à $60\,N_c$.

4 Bilan : le diagramme masse-densité

Un corps céleste doit son équilibre aux actions antagonistes de forces d'expansion, qui résistent à des forces de compression. Les forces d'expansion peuvent être dues soit au principe d'exclusion de la mécanique quantique (qui maintient la densité d'électrons ou de neutrons au-dessous d'une certaine valeur critique), soit à une pression thermique lorsqu'une température élevée règne au centre du corps (par exemple, la pression de radiation des réactions thermonucléaires). Les forces antagonistes de compression sont dues soit aux attractions électrostatiques entre les électrons et les protons qui constituent les atomes et molécules, soit, plus généralement, à la gravitation qui, étant attractive, a toujours tendance à comprimer les objets. Chaque variété de corps céleste peut ainsi être caractérisée par une relation entre la masse et la densité moyenne, selon que telle ou telle force d'expansion ou de compression entre en jeu. Le diagramme masse-densité est constitué de diverses zones séparées par des segments sur lesquels se placent les différentes catégories de corps. Sur les axes, sont portées, en cordonnées logarithmiques, la masse M et la densité moyenne des corps ρ, exprimées en unités solaires, $M_\odot$ et $\rho_\odot$ (masse et densité moyenne du Soleil). Dans la région blanche, les objets sont chauds en ce sens que les forces d'expansion dominantes sont thermiques. A l'intérieur de cette région les lignes rouges délimitent en trois importants domaines de température. L'isotherme d'ionisation correspond à une température de 10^5 K ; il caractérise les proto-étoiles. L'isotherme thermonucléaire correspond à 10^7 K température à laquelle démarrent les réactions de fusion de l'hydrogène en hélium, source principale d'énergie au centre des étoiles. L'isotherme de création de paires correspond à 10^9 K température au-dessus de laquelle les instabilités deviennent prépondérantes (notamment la création de paires électron-positon). La majorité des étoiles (dont le Soleil) se trouve sur l'isotherme thermonucléaire dans un état dit de séquence principale.

Pour les objets froids, les forces d'expansion dominantes ne sont plus thermiques mais quantiques. La région grise du diagramme est interdite car elle correspondrait à une violation du principe d'exclusion. Les objets froids sont situés par conséquent à la frontière des régions grise et blanche. Au-dessous de $10^{-3}\,M_\odot$ (ce qui correspond à peu près à la masse de la planète Jupiter) la force de compression dominante est due aux attractions électrostatiques. Les planètes occupent cet état d'équilibre caractérisé par une densité indépendante de la masse, égale en ordre de grandeur à la densité de la matière usuelle (1 g/cm^3). Au-dessus de $10^{-3}\,M_\odot$, la gravitation devient la force de compression principale ; elle donne lieu à des états froids de la matière beaucoup plus denses que ce qui est connu dans le système solaire Les étoiles qui occupent ces états froids et denses sont dites compactes. On rencontre d'abord les naines blanches, dont la densité peut atteindre 1 tonne par centimètre cube ; dans les naines blanches, la pression qui résiste à la compression gravitationnelle est due aux électrons, qui ont une distribution d'énergie très particulière imposée par le principe d'exclusion : c'est le phénomène de dégénérescence électronique. La masse d'une naine blanche ne peut pas dépasser $1,4\,M_\odot$: au-dessus, les électrons deviendraient relativistes, c'est-à-dire anime de vitesses proches de celle de la lumière ; or, la pression d'électrons relativistes est plus faible que celle d'électrons non relativistes, si bien qu'au-dessus de la limite de Chandrasekhar il n'y a pas d'équilibre possible entre gravitation et électrons dégénérés. Une autre variété très importante d'étoiles compactes est celle des étoiles à neutrons ; la gravitation y est tellement forte qu'elle réussit à faire pénétrer les électrons à l'intérieur des noyaux atomiques, neutralisant les protons (qui portent une charge électrique opposée à celle de l'électron) pour donner des neutrons ; les états de la matière que l'on obtient sont encore beaucoup plus denses, allant jusqu'à la densité des noyaux atomiques : 10^{15} g/cm^3. Comme les électrons, les neutrons obéissent à un principe d'exclusion qui leur permet de résister à la compression gravitationnelle ; mais comme pour les naines blanches, il existe une limite que la masse des étoiles à neutrons ne peut dépasser, la limite de Landau-Oppenheimer-Volkoff, égale à environ $3\,M_\odot$, au-dessus de laquelle les neutrons dégénérés deviennent à leur tour relativistes.

La région noire du diagramme est elle aussi interdite car la gravitation y domine toute force d'expansion possible, thermique ou quantique. II n'existe pas d'équilibre possible dans cette zone. La ligne frontière est occupée par les trous noirs ; elle coupe l'axe horizontal des masses à la limite de Laplace, qui correspond aux caractéristiques du trou noir dont Laplace avait prédit l'existence dès 1796 : $10^7\,M_\odot$ et $1\,\rho_\odot$; elle coupe l'axe des densités à 10^{15} g/cm^3 à l'endroit même où la stabilité des étoiles à neutrons n'est plus possible.

Le destin d'une étoile peut se lire sur le diagramme masse-densité. Au cours de son évolution une étoile se déplace vers le bas et vers la gauche du diagramme, c'est-à-dire vers les densités croissantes et les masses décroissantes. Une étoile peu massive, comme le Soleil, parvenu au terme de la séquence principale par suite de d'épuisement du combustible thermonucléaire finit par rejoindre l'état de naine blanche. Une étoile plus massive quitte l'isotherme thermonucléaire en direction de l'isotherme de création de paires où elle explose par instabilité : c'est le phénomène de supernova. Au cours de l'explosion, le noyau de l'étoile s'effondre sur lui même. Si la masse du noyau est plus petite que la limite de Landau-Oppenheimer-Volkoff, la pression quantique des neutrons dégénérés permet de stopper l'effondrement gravitationnel et le résidu devient une étoile à neutrons. Si la masse du résidu est plus grande, rien ne peut résister à la gravitation et l'état final est celui du trou noir.

5 Constantes physiques et unités

Constante de gravitation universelle : $G = 6,67 \times 10^{-11}\,\mathrm{m^3 s^{-2} kg^{-1}}$.

Constante de Planck réduite : $\hbar = 1,05 \times 10^{-34}$ J s.

Constante de Boltzmann : $k = 1,38 \times 10^{-23}$ J/K.

Charge de l'électron : $q_e = 1,6 \times 10^{-19}$ C ; dans tout le texte je remplace $q_e^2/4\pi\varepsilon_0$ par e^2.

Vitesse de la lumière : $c = 299\,792\,458$ m/s.

Constante de structure fine : $\alpha = e^2/\hbar c = 1/137$.

Masse d'un électron : $m_e = 9,1 \times 10^{-31}$ kg.

Masse d'un proton : $m_p = 1836 m_e$.

Electron-volt : 1 eV$= 1,6 \times 10^{-19}$ J.

Angström : $1\AA = 10^{-10}$ m.

6 Bibliographie

Pourquoi le Soleil brille-t-il ?, R. Lehoucq, Pour la Science 261, 100, juillet 1999. Dossier Pour la Science 30, 34, janvier 2001.

Cataclysme céleste, R. Lehoucq, Bifrost 26, p. 147-152, avril 2002.

Apprivoisons le Soleil, R. Lehoucq, Bifrost 25, p. 146-151, janvier 2002.

Planètes à gogo, R. Lehoucq, Bifrost 24, p. 128-133, septembre 2001.

Une physique de (et à ?) l'échelle humaine, J.-M. Lévy-Leblond, Bulletin de l'union des physiciens, volume 91, p. 1767, 1997.

Quantum phenomena at large, J.-M. Lévy-Leblond, Advances in Quantum Phenomena, edited by E. Beltrametti and J.-M. Lévy-Leblond, Plenum Press, 1995.

Of atoms, mountains, and stars : a study in qualitative physics, V. Weisskopf, Science, volume 187, p. 605, 1975.

Basics of cosmic structure, L. Celnikier, éditions Frontières.

Dans cet appendice, je vous propose, en complément, d'étudier l'origine de la luminosité des étoiles et de quantifier l'effet de la masse sur l'évolution d'une étoile.

A Origine du feu solaire

Chaque mètre carré situé à la surface de la Terre et placé perpendiculairement aux rayons du Soleil reçoit environ 1340 watts. Cette puissance est considérable car elle implique que le Soleil tout entier rayonne la formidable puissance de $3,9 \times 10^{26}$ watts. Une telle débauche d'énergie est tout simplement inimaginable pour nos pauvres esprits. L'humanité tout entière ne produit que 10^{13} watts : une allumette comparée à un feu de forêt. La question de l'origine de la chaleur solaire à longtemps agité les grands esprits qui imaginèrent diverses solutions pour l'expliquer. Ainsi, à la fin du XIX^{e} siècle, le physicien anglais Lord Kelvin proposa que le Soleil tire son énergie de sa contraction gravitationnelle. Il calcula alors que sa durée de vie devait être d'environ trente millions d'années, largement suffisante, pensait-il, pour que la vie puisse se développer. Mais devant les premières datations de fossiles montrant la très grande ancienneté de la Terre, estimée à deux milliards d'années à l'époque, il fallu se résoudre à reprendre le problème. Qu'est-ce qu'une étoile? Et pourquoi donc le Soleil brille-t-il?

A.1 Entre l'envol et la chute

La réponse à la première question semble aisée : une étoile c'est une grosse condensation de gaz chaud. En tout cas, notre Soleil, avec ses 696 000 kilomètres de rayon (109 fois le rayon terrestre !), sa masse 330 000 fois plus importante que celle de la Terre et sa température de surface égale à 5 700 Kelvins, semble satisfaire cette définition. Et encore, le Soleil n'est pas une étoile vraiment grosse : le rayon de Bételgeuse, située dans la constellation d'Orion, est 1100 fois supérieur à celui du Soleil Pourtant, il est possible d'affiner notre proposition. Remarquons par exemple que la matière stellaire ne s'éparpille pas bêtement dans le vide interplanétaire. Cette cohésion résulte de l'attraction gravitationnelle entre particules de matière qui tend à les rapprocher le plus possible les unes des autres : une étoile est un corps auto-gravitant, dont la forme sphérique est imposée par la seule gravitation (rappelez-vous que pour une planète la gravitation joue un rôle à peu près équivalent à celui de l'interaction électrostatique).

Mais si la gravitation tend à rapprocher les particules le plus possible les unes des autres, pourquoi l'étoile ne s'effondre-t-elle pas sur elle-même? C'est qu'il faut aussi compter sur la pression du gaz stellaire, résultant des collisions et des rebonds incessants des particules les unes sur les autres. Partout cette pression équilibre l'action de la gravité. Si elle venait brutalement à s'annuler le Soleil s'effondrerait complètement sur lui-même en à peine trois minutes ! Pour que l'étoile soit en équilibre il faut que la pression augmente régulièrement avec la profondeur, de sorte que chaque couche pesante soit en équilibre entre une couche inférieure plus comprimée et une couche supérieure qui l'est moins ; notons au passage que cette situation est analogue à celle de l'atmosphère dans le champ de gravité terrestre dont la pression décroit avec l'altitude ou à celle des océans où la pression croit avec la profondeur.

A.2 Un équilibre miné par le rayonnement

Nous savons tous qu'un gaz comprimé s'échauffe : il suffit de le constater à l'extrémité d'une pompe à vélo après avoir gonflé un pneu. La matière stellaire est donc d'autant plus chaude que sa profondeur est grande, puisqu'elle est comprimée par la masse des couches qui, la surplombant, pèsent dessus et agissent comme un piston. La répartition de température au sein de l'étoile dépend évidemment de sa masse puisqu'une grande quantité de matière comprimera plus efficacement les régions centrales qu'une petite. La température centrale, qui vaut environ quinze millions de degrés pour le Soleil, peut atteindre plusieurs centaines de millions de degrés pour une étoile ayant une masse 30 fois supérieure à celle du Soleil. Une étoile de forte masse, supportée par une pression intérieure très élevée, sera donc une étoile très chaude. Mais attention ! Quand la température devient suffisamment élevée la pression du rayonnement lumineux, proportionnelle à la puissance quatrième de la température, vient s'ajouter à la pression du gaz qui, elle, n'est que proportionnelle à la température. Dans une étoile très massive, la température centrale peut être si élevée et la pression du rayonnement si grande que l'étoile est littéralement soufflée par sa propre lumière. Cette condition extrême fixe une limite supérieure à la masse d'une étoile estimée à environ 100 fois la masse du Soleil. Une étoile c'est gros, mais pas trop quand même.

Une étoile est donc le siège d'un fort contraste de température engendré par sa propre gravité. Ici comme ailleurs ce déséquilibre de température génère un transfert d'énergie thermique qui, prélevant l'excès de la région chaude pour le céder à la région froide, tend à l'uniformiser. Affleurant enfin à la surface, ce flux d'énergie s'échappe puis se dilue sous forme de rayonnement : l'étoile brille. Remarquez qu'à ce stade, le seul ingrédient physique que nous avons introduit est la gravitation ; autrement dit, une étoile brille parce qu'elle est très massive. Cependant, l'énergie rayonnée doit bien être prélevée quelque part : « Rien ne se perd, rien ne se crée, tout se transforme » disait le grand chimiste Lavoisier. La première possibilité raisonnable, celle qui fut proposée par Lord Kelvin, consiste à imputer cette énergie au capital d'énergie potentielle gravitationnelle. L'étoile se contracte juste ce qu'il faut pour produire l'énergie qui va compenser l'hémorragie lumineuse. Conséquence : le cœur s'échauffe ! C'est marrant, voici l'exemple d'un système qui s'échauffe en perdant de l'énergie, l'exact contraire de notre expérience quotidienne où, par exemple, on fournit de l'énergie à de l'eau pour la faire bouillir. Ce résultat paradoxal se retrouve pour un satellite artificiel freiné par les frottements sur la haute atmosphère : son énergie cinétique augmente puisqu'il est accéléré par la gravitation en tombant vers la Terre.

Ainsi, l'évolution naturelle qui tend normalement à uniformiser la température, va être tenue en échec par le jeu de la gravité qui accentue les différences de température. Évidemment, ce petit jeu ne peut durer indéfiniment puisque le compte en banque gravitationnel ne contient qu'une quantité finie d'énergie. Ce modèle accorde au Soleil une durée de vie d'environ trente millions d'années, insuffisante pour les paléontologues. Du coup, la question n'est plus de savoir pourquoi le Soleil brille, mais comment a-t-il pu briller si longtemps?

A.3 De quelle loi je me chauffe

La réponse à cette question fut apportée en 1921 par Jean Perrin qui proposa une source alternative de production d'énergie : les réactions entre noyaux atomiques. Cette idée fut développée et quantifiée quelques années plus tard par le physicien allemand Hans Bethe qui écrivit explicitement les réactions nucléaires qui devaient se produire au cœur du Soleil. Il montra que pendant la majeure partie de sa vie l'étoile s'accommode de sa constante déperdition d'énergie en puisant dans ses réserves d'énergie nucléaire. Dans les régions centrales, plus denses et plus chaudes, des réactions de fusion transforment quatre noyaux d'hydrogène en un noyau d'hélium et libèrent l'énergie qui compense celle qui s'échappe par la surface. Une réaction de fusion produit de l'énergie car la somme des masses des noyaux pères est inférieure à celle du noyau fils ; la différence de masse est transformée en énergie selon la célèbre formule d'Einstein, $E = \Delta m\, c^2$ (l'énergie produite est égale au produit de la différence de masse multipliée par le carré de la vitesse de la lumière). Ces réactions ne se déclenchent que si la température et la pression sont suffisamment élevées, ce qui limite leur champ d'action aux régions les plus centrales de l'étoile. Il faut aussi que l'étoile soit suffisamment massive, plus grosse qu'un dixième de masse solaire, pour comprimer suffisamment le cœur et amorcer les réactions nucléaires (remarquez que Jupiter, avec une masse égale à un millième de masse solaire, est souvent qualifiée d'« étoile ratée »). Au centre du Soleil ce sont 620 millions de tonnes d'hydrogène qui, chaque seconde, sont transformées en 615,7 millions de tonnes d'hélium, la différence étant convertie en énergie rayonnée vers l'extérieur. La réserve d'énergie nucléaire est nettement plus grande que celle liée à la gravitation : en la consommant le Soleil a une durée de vie estimée à dix milliards d'années. Nous savons enfin ce qu'est une étoile : un réacteur nucléaire à confinement gravitationnel fonctionnant sur le mode de la fusion. C'est beau, non?

A.4 Évolution stellaire

Résumons-nous. Condamnée à rayonner de l'énergie à cause de sa forte masse, l'étoile n'a que deux alternatives : soit la fusion thermonucléaire compense l'hémorragie et lui permet de briller durablement, soit elle se contracte et s'échauffe, puisant l'énergie nécessaire dans son capital gravitationnel. Comme ses ressources nucléaires sont quand même limitées, leur épuisement déclenche la contraction gravitationnelle du cœur. La compression et l'échauffement qui en résulte permettent le démarrage d'un nouveau cycle de fusion qui brûle à une température plus élevée les cendres du cycle précédent. La vie d'une étoile se compose ainsi d'une succession de phases calmes, pendant lesquelles elle brûle tranquillement son combustible nucléaire, et de phases plus actives où la contraction gravitationnelle permet à ses régions centrales d'atteindre les conditions de température, de densité et de pression propres à déclencher un nouveau cycle de réactions nucléaires. Pendant les phases gravitationnelles, la luminosité, la température et le rayon de l'étoile varient rapidement. Son état se stabilise dès que les réactions nucléaires entrent en action : elles produisent alors l'énergie rayonnée par l'étoile. C'est ainsi que le Soleil a très peu changé d'aspect pendant les quatre derniers milliards d'années grâce à l'énergie libérée en son centre par les réactions transformant l'hydrogène en hélium.

A.5 Les étoiles de petite masse

Nous avons brossé, dans ses grandes lignes, les cycles qui rythment la vie d'une étoile. Entrons dans les détails et décrivons l'évolution d'une petite étoile, dont la masse ne dépasse guère quatre à cinq fois celle du Soleil.

Au bout de plusieurs milliards d'années de combustion l'hydrogène s'épuise dans la région centrale de l'étoile. Privé de combustible nucléaire, le cœur se contracte lentement ce qui accroît température et débit d'énergie. Dans le même temps l'enveloppe externe de l'étoile s'adapte à cette augmentation en se dilatant ; son rayon peut dépasser une centaine de fois celui du Soleil. C'est donc une surface considérable qui rayonne dans l'espace avec une température de surface somme toute modeste, de l'ordre de 3 000 à 5 000 Kelvins. L'étoile est devenue une géante rouge. Elle restera dans cet état jusqu'au terme de la combustion de l'hélium qui, pour le Soleil, durera environ un milliard d'années. Une fois l'hélium épuisé, une étoile de faible masse est incapable de comprimer suffisamment la matière centrale pour amorcer un nouveau cycle de fusion. Son évolution ultérieure est alors marquée par l'expulsion dans l'espace d'une partie de son enveloppe, ce qui donne naissance à une nébuleuse planétaire, alors que le reste de l'étoile devient une naine blanche, ultime étape d'une petite étoile ayant épuisé son combustible nucléaire.

En son centre la densité atteint plusieurs centaines de kilogrammes par centimètre cube, plusieurs milliers de fois supérieure à celle du Soleil. L'équilibre d'une naine blanche repose sur la pression des électrons qui forment un gaz dégénéré dont la pression est seule capable de s'opposer à la formidable gravité qui règne dans ce type d'étoile. L'astrophysicien indien S. Chandrasekhar montra en 1932 que la masse d'une naine blanche ne peut dépasser 1,4 fois celle du Soleil. Le cœur de l'étoile est trop froid, un million de degrés, pour entretenir des réactions nucléaires et la seule source d'énergie reste la contraction gravitationnelle qui lutte contre la pression des électrons dégénérés. Comme sa surface est beaucoup plus petite que celle d'une étoile ordinaire elle est portée à une température beaucoup plus grande, de l'ordre de 30 000 Kelvins. Une naine blanche se refroidissant et se contractant sans cesse, ses atomes finiront par former un gigantesque cristal

A.6 Les étoiles de grande masse

Les étoiles dont la masse est supérieure à environ dix fois celle de notre Soleil entretiennent la fusion de l'hydrogène en hélium pendant environ vingt millions d'années, nettement moins longtemps qu'une étoile comme le Soleil dont la durée de vie se compte en milliards d'années. Quelle en est la raison ? Il semble normal d'affirmer qu'une étoile sera d'autant plus chaude qu'elle est massive puisque la compression imposée à sa matière sera plus grande. Une étoile massive brillera donc plus intensément qu'une petite étoile puisqu'une température élevée accélère le rythme des réactions nucléaires. Finalement, la luminosité d'une étoile est à peu près proportionnelle à la puissance 3,5 de sa masse. Une étoile de dix masses solaires est donc environ 3 000 fois plus brillante que notre Soleil et elle consomme son combustible nucléaire 3 000 fois plus vite. Comme elle ne dispose que de 10 fois plus de matière, sa durée de vie est réduite d'un facteur à peu près égal à 300.

A la fin de cette période, l'épuisement de l'hydrogène au cœur de l'étoile déclenche une contraction gravitationnelle qui ne s'arrêtera que lorsque la température est suffisamment élevée pour amorcer la fusion de l'hélium en carbone et en oxygène ; notons que l'hydrogène continue sa fusion dans une couche entourant le cœur. Après environ un million d'années, l'hélium s'épuise à son tour et la contraction du cœur permet la fusion du carbone en néon, sodium et magnésium qui durera dix mille ans. Suivront ensuite la fusion du néon en oxygène et magnésium (qui durera à peu près douze ans), puis la fusion de l'oxygène en silicium et soufre (pendant quatre ans) et finalement une semaine suffit à transformer le silicium en fer. La durée des phases successives s'amenuise car l'élévation de température accélère le rythme des réactions.

A l'arrivée au fer, l'évolution de l'étoile s'engage dans une voie radicalement nouvelle car ce noyau est énergétiquement stérile. L'apparition du fer marque le début d'un processus qui aboutira à la destruction de l'étoile. Une fois le silicium épuisé, la contraction du cœur reprend puisqu'aucune nouvelle réaction ne vient compenser l'hémorragie permanente que subit l'étoile. Mais cette fois, la température est si forte (égale à quelques milliards de degrés !) que les photons peuvent briser les noyaux de fer. Cette disparition d'énergie radiative précipite l'effondrement du cœur, attisée par la capture des électrons par les noyaux qui transforme les protons en neutrons. Cette réaction nucléaire s'accompagne d'une émission de particules énergétiques qui interagissent très faiblement avec la matière : les neutrinos. Ceux-ci s'échappent de l'étoile en emportant la phénoménale quantité d'énergie potentielle gravitationnelle dégagée par la contraction. En quelques dixièmes de seconde la matière atteint l'incroyable densité d'un million de tonnes par centimètre cube, l'équivalent de la compression d'une plate-forme pétrolière dans un dé à coudre ! Le cœur de l'étoile, désormais constitué de neutrons, se réduit à une petite sphère d'une dizaine de kilomètres de diamètre : une étoile à neutrons vient de se former. Le reste de l'étoile en effondrement vient s'écraser sur la surface rigide de l'étoile à neutrons à une vitesse de plusieurs milliers de kilomètres par seconde. La violente compression qui en résulte produit une onde de choc qui remonte à travers les couches externes de l'étoile. Son passage chauffe la matière à des températures supérieures au milliard de degrés et provoque des réactions de fusion qui produisent des éléments lourds, notamment du nickel et du cobalt radioactifs qui, plus tard, se désintégrerons en fer. Quand l'onde choc atteint la surface de l'étoile, la température s'élève brutalement et l'étoile entière explose, à des vitesses pouvant atteindre plusieurs dizaines de milliers de kilomètre par seconde. Cet événement explosif, appelé supernova de type II, marque la mort d'une étoile massive et son influence sur le milieu interstellaire se fera sentir pendant des millions d'années. Pendant quelques temps, la supernova a une luminosité extraordinaire dans le spectre visible qui rivalise avec celle d'une galaxie entière ! Et encore, cette partie visible ne représente que la dix-millième partie de l'énergie emportée par les fantomatiques neutrinos.

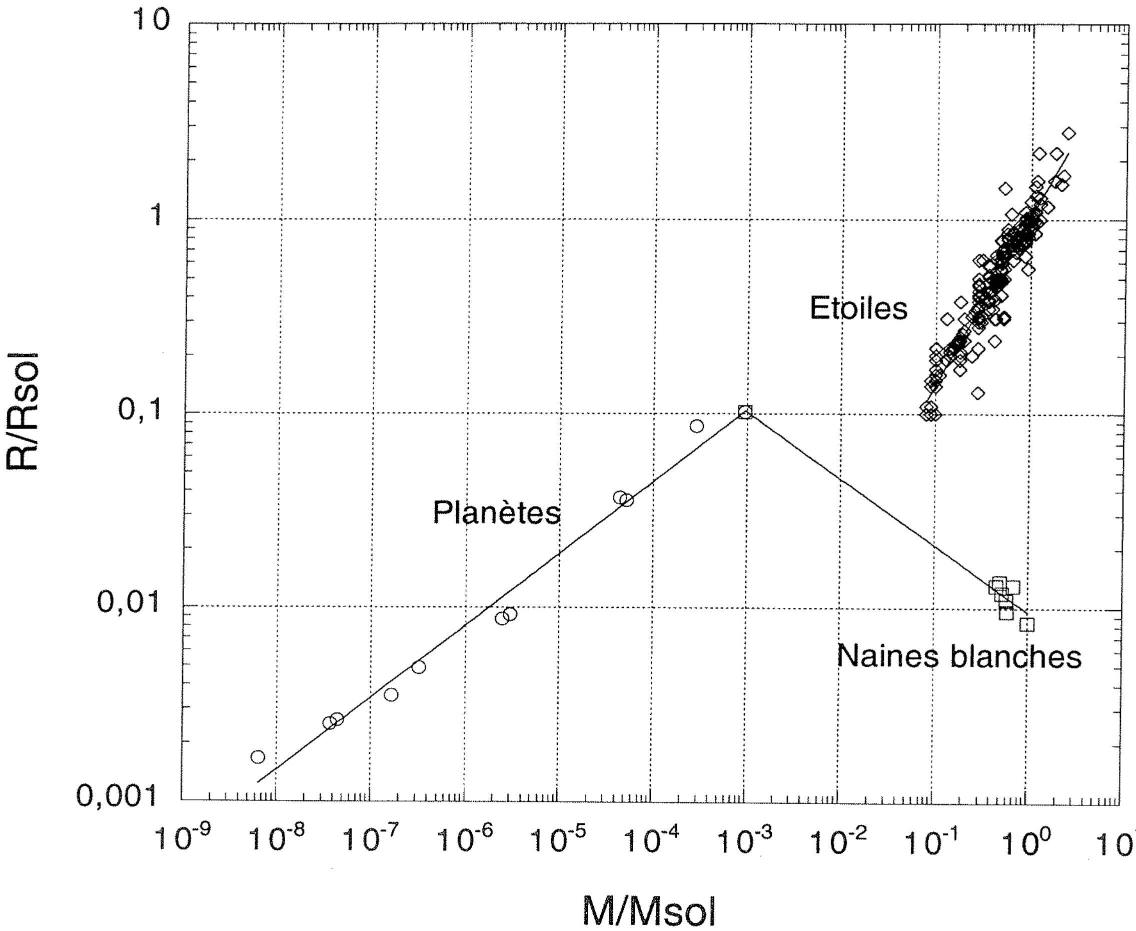

FIG. 1 – *Taille d'un système « froid » en fonction de son nombre de particules (échelle log-log). On constate que le rayon des planètes suit à peu près une loi en* $M^{1/3}$ *alors que les naines blanches c'est une loi en* $M^{-1/3}$ *bornée par la masse de Chandrasekhar. Jupiter est justement à l'intersection de ces deux droites. Les étoiles se comportent tout à fait différemment, car leur rayon est grossièrement proportionnel à* $M^{0{,}84}$.

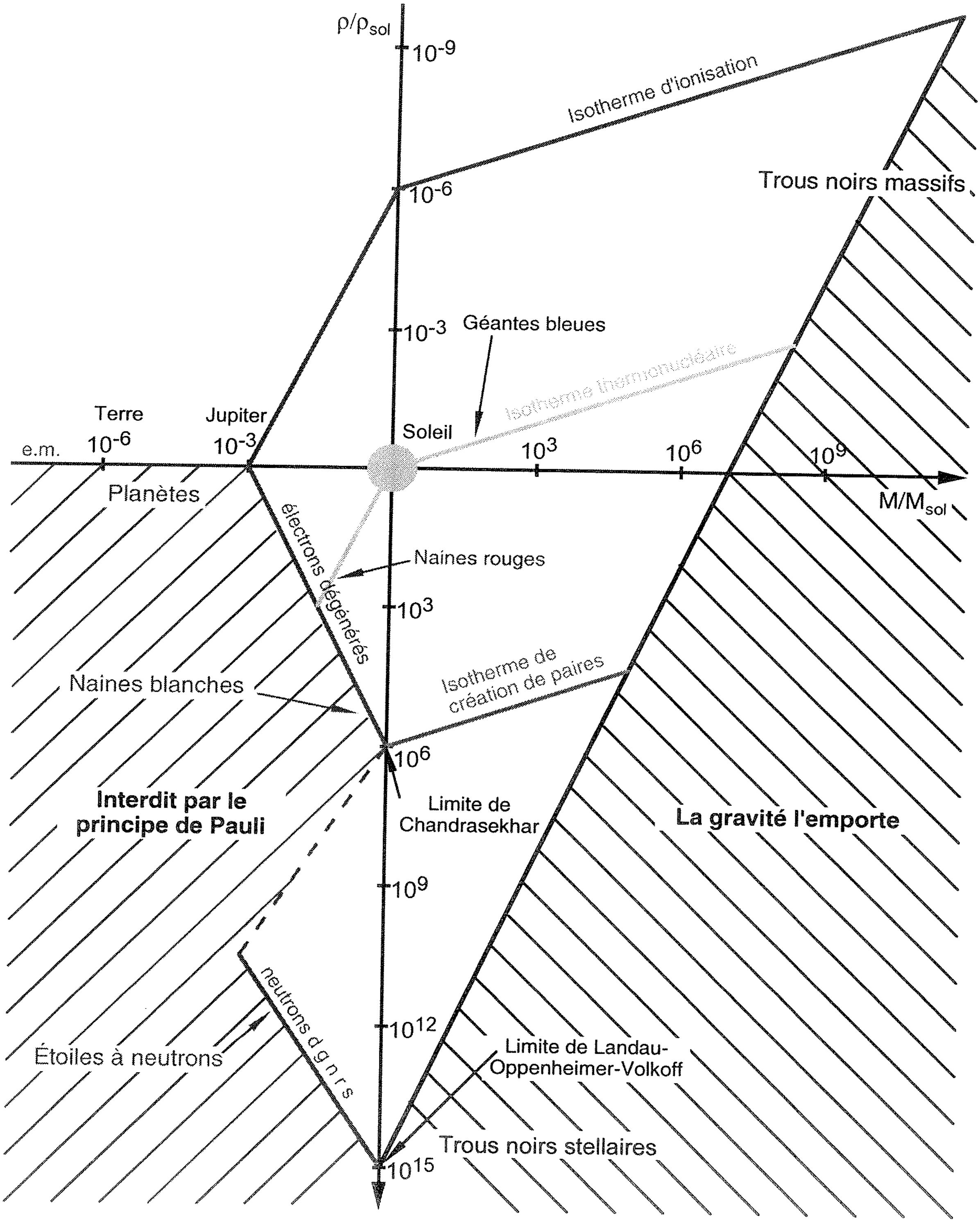

FIG. 2 – *Le diagramme masse-densité des astres.*

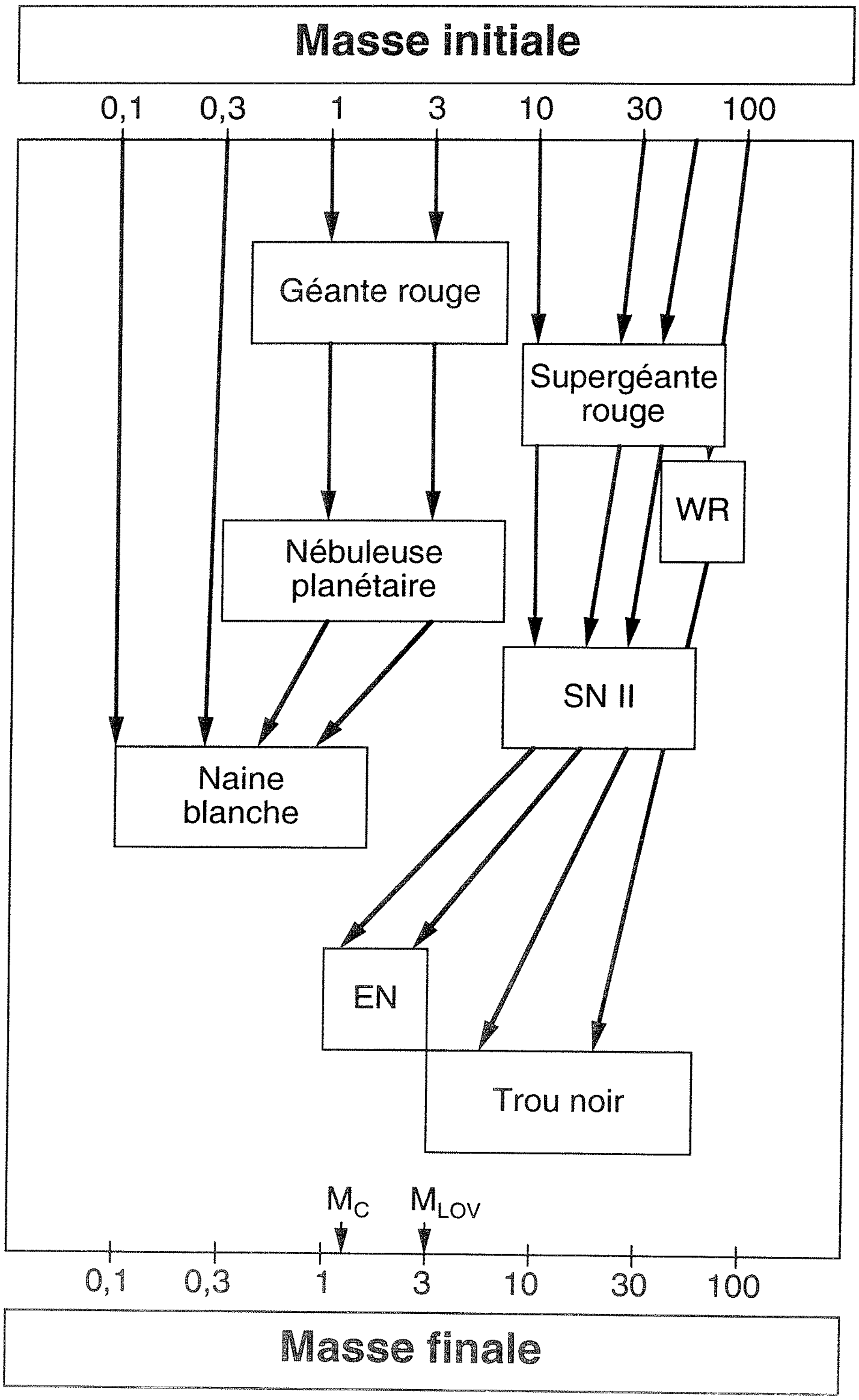

FIG. 3 – *Destin des astres en fonction de leur masse.*