

Atelier : L'énergie nucléaire en Astrophysique
Correction

Elisabeth Vangioni

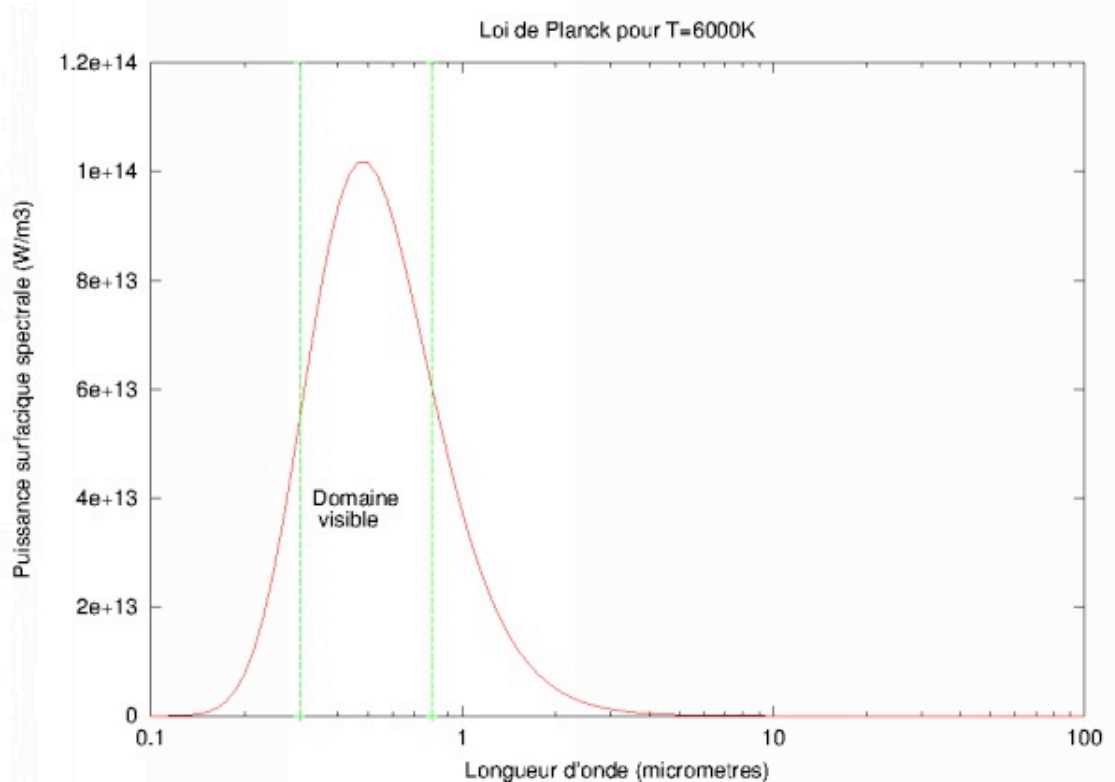
Institut d'Astrophysique de Paris
Fleurance, 8 Août 2005

I. La source d'énergie du Soleil : calcul de son temps de vie.

Question 1.

Le rayonnement du Soleil nous provient de sa photosphère. Il obéit à la loi de Planck. Les photons gamma partis du cœur de l'étoile suite aux réactions de fusion thermonucléaire, subissent beaucoup d'absorptions et d'émissions successives (collisions avec la matière qui compose le Soleil) du centre vers la surface. L'essentiel de la lumière solaire est alors émis finalement dans le visible (longueur d'onde comprise entre 0,4 et 0,8 micron). Le maximum de l'intensité se situe aux alentours de $\lambda = 0,508$ micron (soit 5080 Angstroms). En astronomie on utilise les unités dites « cgs », centimètre, gramme, seconde, 1 erg = 10^{-7} Joule)

Courbe de Planck pour le Soleil. On observe bien que le pic d'émission est vers 0,5 micron



On peut appliquer la loi de Wien pour déduire la température de surface du Soleil :

$$\lambda_M = (2898/\lambda) \times 10^4 \text{ en Angstroms (1 Angstrom} = 10^{-10} \text{ m)}$$

$$\text{d'où } T = (2898/5080) \times 10^4 =$$

5704 Kelvins

Question 2.

La loi de Stefan, pour la surface solaire, $D = 4\pi R^2 \sigma T^4$ permet alors de calculer le débit d'énergie D du Soleil en ergs par seconde. La constante de Stefan vaut en cgs :

$$\sigma = 5,67 \cdot 10^{-5} \text{ erg.cm}^{-2}.\text{s}^{-1}.\text{K}^{-4}$$

$$\text{d'où } D = 4\pi (7 \cdot 10^{10})^2 5,67 \cdot 10^{-5} (5704)^4 =$$

$3,7 \cdot 10^{33}$ erg/s

Question 3.

En première approximation, le Soleil transforme 4 protons en un noyau d'hélium-4 sous l'effet de la fusion thermonucléaire :

$$\Delta E = \Delta m c^2 = (4 \times 1,672 - 6,64) 10^{-24} \times 9 \times 10^{20} = 0,432 \times 10^{-4} \text{ erg}$$

Soit la masse convertie en énergie vaut :

$$\Delta m = \Delta E / c^2 = \quad \quad \quad \mathbf{0,048 \times 10^{-24} \text{ g}}$$

Question 4.

En proportion de la masse initiale on obtient :

$$f = 0,048 \times 10^{-24} / 6,69 \times 10^{-24} = \quad \quad \quad \mathbf{7 \times 10^{-3}}$$

Question 5.

En conséquence la masse totale qui peut sortir sous forme d'énergie selon ce processus équivaut à :

$$E = \Delta m c^2 = 0,007 \times 10^{32} \times 9 \times 10^{20} = \quad \quad \quad \mathbf{6,3 \times 10^{50} \text{ erg}}$$

Question 6.

Pour que le Soleil consume cette énergie disponible, il lui faut en conséquence le temps de vie t :

$$t = 6,3 \times 10^{50} / 3,7 \times 10^{33} = 1,7 \times 10^{17} \text{ s}$$

$$t = 1,7 \times 10^{17} / (365 \times 24 \times 3600) =$$

5,4 milliards d'années

Ce qui est un bon ordre de grandeur, des calculs plus raffinés donnent 10 à 11 milliards d'années.

II. Energie de liaison nucléaire et mesures d'abondances des atomes dans le Système solaire.

Auparavant il est bon de donner quelques définitions.

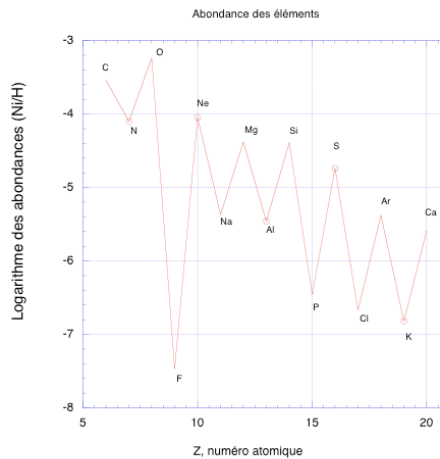
Un atome est composé d'un noyau atomique (lui-même composé de neutrons et de protons, appelés les nucléons) et d'un nuage électronique. Les neutrons n'ont pas de charge électrique ; chaque proton a une charge électrique (+1) ; chaque électron a une charge électrique (-1).

Un atome, dans son état normal est de charge électrique nulle, on dit qu'il est neutre. Cela signifie que le nombre de protons est égal au nombre d'électrons. Dans le cas contraire, on parle d'ions.

La table périodique des éléments regroupe l'ensemble des éléments chimiques de la nature. Par exemple C est le symbole chimique du carbone, O celui de l'oxygène, etc...

Un élément chimique peut cacher plusieurs isotopes. Deux isotopes ont par définition le même nombre de protons mais un nombre différent de neutrons. Par exemple on parle des isotopes du carbone ^{12}C , ^{13}C , ^{14}C . Cela signifie que les atomes de ces isotopes sont composés de 6 protons et respectivement de 6, 7, 8, neutrons. Comme à l'état neutre ils possèdent tous le même nombre d'électrons, du point de vue chimique cette différence n'entre pas en ligne de compte. En physique nucléaire, il en va autrement, les isotopes ont des propriétés différentes, et un noyau de ^{12}C n'aura pas les mêmes propriétés physiques que le noyau de ^{13}C . Selon le nombre de nucléons dans un noyau d'atome et la façon dont ces nucléons sont ordonnancés, chaque noyau peut être plus ou moins stable, c'est-à-dire que sa cohésion interne est plus ou moins grande.

Questions 1, 2, 3, 4, 5.



Lorsque l'on regarde la liste 1 :

élément	A	Z	N	log(a)	log(a) - 12
C	12	6.0000	6.0000	8.4600	-3.5400
O	16	8.0000	8.0000	8.7600	-3.2400
Ne	20	10.000	10.000	7.9500	-4.0500
Mg	24	12.000	12.000	7.6200	-4.3800
Si	28	14.000	14.000	7.6100	-4.3900
S	32	16.000	16.000	7.2600	-4.7400
Ar	36	18.000	18.000	6.6200	-5.3800
Ca	40	20.000	20.000	6.4100	-5.5900

On constate que les nombres de protons et les nombres de neutrons formant les noyaux des éléments considérés sont pairs (on parle ainsi de noyau pair-pair)

Lorsque l'on regarde la liste 2 :

élément	A	Z	N	log(a)	log(a) - 12
N	14	7.0000	7.0000	7.9000	-4.1000
F	19	9.0000	10.000	4.5300	-7.4700
Na	23	11.000	12.000	6.3700	-5.3700
Al	27	13.000	14.000	6.5400	-5.4600
P	31	15.000	16.000	5.5400	-6.4600
Cl	35	17.000	18.000	5.3300	-6.6700
K	39	19.000	20.000	5.1800	-6.8200

On constate que les nombres de protons sont impairs et les nombres de neutrons sont pairs, on parle alors de noyau pair-impair (sauf pour N qui est impair-impair). L'un des paramètres physiques importants pour jauger la cohésion d'un noyau est son énergie de liaison par nucléon (E_L/A). Par exemple, cette grandeur vaut 1.1 pour le deutérium, noyau impair-impair, et vaut environ 7 pour l'hélium noyau pair – pair.

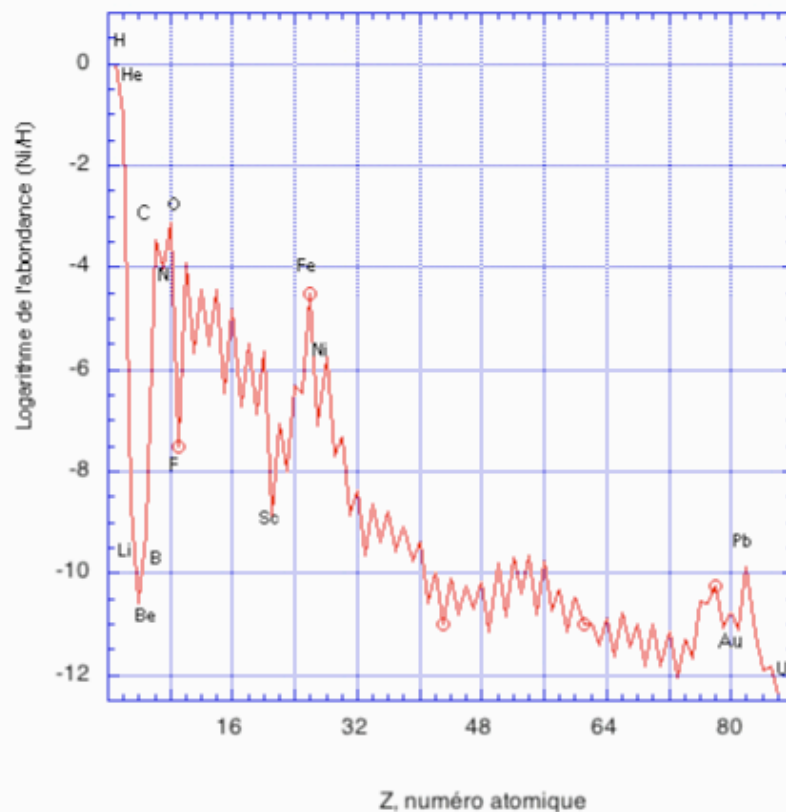
Question 6.

On déduit par conséquent que les noyaux dits pair – pair sont plus abondants dans la nature que leurs voisins immédiats qui ont des noyaux pair-impair ou impair-impair. Or la physique nucléaire qui a pour but d'expliquer les propriétés des noyaux d'atomes, en particulier en fonction de leur composition en protons et neutrons, montre clairement que les noyaux d'atomes pair – pair sont plus stables (de plus grande cohésion) que les noyaux d'atomes pair-impair. La nature est donc un reflet fidèle des lois de la physique nucléaire puisque cette étude montre bien que les noyaux les plus abondants dans le cosmos sont ceux qui sont les plus stables.

Bien sûr d'autres propriétés physiques interviennent pour expliquer complètement le diagramme des abondances des atomes en fonction de leur numéro atomique, Z , mais la propriété que l'on vient de mettre en évidence est l'une des plus importantes.

La figure ci-jointe est complète et elle montre l'abondance des éléments allant de l'hydrogène jusqu'à l'uranium ; on note bien que cette propriété est générale pour toute la table périodique des éléments.

Abondance des éléments chimiques dans le système solaire



On observe en premier lieu une décroissance globale allant de H jusqu'à U qui signifie que plus le nombre de nucléons est grand, plus il est difficile de synthétiser ce noyau, plus l'abondance diminue.

En deuxième lieu, si l'on considère une portion du diagramme on observe que localement les noyaux pair-pair sont plus abondants que les noyaux voisins pair-impair pour les raisons de stabilité nucléaire dont on vient de parler, d'où la courbe en dents de scie.

En conclusion, les lois de la physique nucléaire représentent très fidèlement ce que l'on observe dans le cosmos, et cela à toute échelle, de notre système solaire jusqu'aux galaxies les plus lointaines.

On sait aujourd'hui que les étoiles sont les moteurs de l'évolution de la matière dans l'Univers ; le moteur physique en est la fusion thermonucléaire dans le cœur des étoiles , c'est ce qui permet de complexifier la matière de l'Univers. Les étoiles transforment l'hydrogène (et l'hélium) en noyaux complexes comme le carbone, l'azote, l'oxygène, etc.... , c'est le domaine de l'astrophysique nucléaire.

III. La formation des premiers noyaux d'atomes dans l'Univers

Question 1.

Nous nous proposons de calculer l'abondance des premiers noyaux atomiques, hydrogène et hélium qui ont été synthétisés au cours de la nucléosynthèse primordiale. Ce calcul s'effectue dans le cadre des modèles de la cosmologie et de la physique des particules standard, l'Univers est en expansion. Les abondances des éléments cosmologiques sont déterminés à partir de la compétition entre le taux d'expansion de l'Univers et les taux des interactions faibles qui interconvertissent neutrons et protons ainsi que les taux de fusion thermonucléaires qui permettent de synthétiser des noyaux toujours plus complexes. Le rapport neutrons/protons (n/p) à un temps t est le paramètre déterminant pour cette évaluation. Nous nous contenterons ici de faire un calcul de première approximation qui donnera les abondances primordiales d'hydrogène et d'hélium.

Calcul du nombre de noyaux d'hélium en fonction du rapport n/p .

Le nombre total de noyaux d'atomes est donc la somme du nombre de noyaux d'hydrogène ($N(H)$) composé d'un proton et d'hélium $N(He)$, composé de deux protons et de deux neutrons.

Le nombre de neutrons n est donc égal à : $n = 2 N(He)$
 Le nombre de protons p est donc égal à : $p = 2N(He) + N(H)$

Calculons le rapport n/p en remplaçant par ces relations :

$$\frac{n}{p} = \frac{2N(He)}{N(H) + 2N(He)} = \frac{2N(He)}{N(H)} / (1 + 2N(He)/N(H))$$

$$\frac{n}{p} \times (1 + 2N(He)/N(H)) = 2N(He)/N(H)$$

d'où :

$$2 N(He)/N(H) \times ((n/p) - 1) = -n/p$$

$$N(He)/N(H) = (-n/p)/2((n/p) - 1) = (n/p)/2(1-(n/p))$$

Question 2.

A très haute température (10^{12} K) l'Univers est en équilibre thermique, il y a équilibre entre les neutrons et les protons selon la loi :

$$n/p = \exp(-Q/kT)$$

Calculons le rapport n/p à cette température :

$$n/p = \exp(-1,293 \cdot 10^6 / (8,62 \cdot 10^{-5} \times 10^{12})) \quad \mathbf{n/p = 0,985.}$$

On est bien dans la phase d'équilibre, il y a autant de protons que de neutrons.

Question 3.

Mais dès que le taux d'expansion de l'Univers devient grand devant les taux d'interconversion $n \leftrightarrow p$, alors ce rapport se fige à une certaine température (environ $8,1 \cdot 10^9$ K).

Calculons le rapport n/p à cette température :

$$n/p = \exp((-1,293 \cdot 10^6 / (8,62 \cdot 10^{-5} \times 8,1 \cdot 10^9))) = \quad \mathbf{0,157.}$$

C'est à partir de ce rapport que la nucléosynthèse de l'hélium va s'effectuer. Appelons ce rapport $(n/p)_0$.

Question 4.

Il ne reste plus alors que la désintégration bêta - du neutron en proton qui guide le rapport n/p . Le temps de désintégration du neutron est d'environ 889 s. Le rapport est alors régulé selon la formule de désintégration bêta classique :

$$n/p = (n/p)_0 \exp(-t/889)$$

Ce rapport vaut au bout de 100 s :

$$n/p = 0,157 \exp(-100/889) = \quad \quad \quad \mathbf{0,14}$$

Question 5.

Calculons alors le rapport $N(\text{He})/N(\text{H})$ à partir du rapport neutrons sur protons calculé précédemment :

$$N(\text{He})/N(\text{H}) = (n/p)/2(1-(n/p)) = 0,14/2(1-0,14) = \quad \quad \quad \mathbf{0,08}$$

Juste après la nucléosynthèse primordiale la matière était donc composée de **8 % de noyaux d'hélium et de 92 % de noyaux d'hydrogène.**

Note : Sachant que la masse d'un noyau d' He vaut 4 fois celle de l'H (masse atomique 4 fois supérieure) on peut aussi exprimer cette proportion en fraction masse X sachant que $X_{\text{H}} + X_{\text{He}} = 1$

$$\begin{aligned} X_{\text{He}}/X_{\text{H}} &= 4N(\text{He})/N(\text{H}) \\ X_{\text{He}} &= (1-X_{\text{He}}) 4N(\text{He})/N(\text{H}) \\ X_{\text{He}} (1+4N(\text{He})/N(\text{H})) &= 4N(\text{He})/N(\text{H}) \end{aligned}$$

$$X_{\text{He}} = 4 \times 0,08 / (1+4 \times 0,08) = 0,242$$

Par conséquent, en termes de masse , trois quarts de la masse nucléaire de l'Univers est sous forme d'hydrogène et un quart sous forme d'hélium juste après la nucléosynthèse du Big bang. Ces calculs sont une très bonne approximation car les derniers développements dans le domaine de la nucléosynthèse primordiale donne une valeur d'hélium de l'ordre de 0,245. Il faut noter que ce type de calcul permet seulement de calculer l'abondance des deux premiers noyaux d'atomes ; pour les autres isotopes cosmologiques le calcul requis demanderait plus de précision dans le cadre d'un réseau nucléaire détaillé.